

1 単元名 「比例と反比例」

2 考察

(1) 教材観

① 学習内容

本単元は、中学校学習指導要領数学編の第1学年の以下の内容を受け、設定したものである。

C 関数

(1) 比例、反比例について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるようにする。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 関数関係の意味を理解すること。

(イ) 比例、反比例について理解すること。

(ウ) 座標の意味を理解すること。

(エ) 比例、反比例を表、式、グラフなどに表すこと。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだすこと。

(イ) 比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

② 主な伸ばしたい（身に付けさせたい）資質・能力

○関数関係の意味についての知識

○比例、反比例についての知識

○座標の意味についての知識

○比例、反比例を表、式、グラフなどに表す技能

○比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだす力

○比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現する力

③ そのために必要な指導・学習活動

○小学校算数科で学習した比例、反比例が関数の一例であることや、身近な数量の関係の中に関数関係にあるものを確認する活動。

○比例定数や変数が正の数と負の数のそれぞれ場合について、対応表や式、グラフの変化の仕方を比較・検討する活動。

○二つの数量の関係を対応表に表した際に、変化や対応の様子を多角的に読み取る活動。

○座標平面上に点をとらせたり、読み取らせたりする活動に繰り返し取り組ませる。

○二つの数量の関係を式に表す際に、変数として何を  $x$  とし、何を  $y$  とするかを明確にする。

○二つの数量の関係をグラフで表す際に、対応する二つの値の組を座標とする点を座標平面上に細かくとり、グラフがその集合であることを実感させる。

○具体的な事象において、何と何が関数の関係になっているかを予想させ、対応表や式、グラフを使って表現させたり、身近な事象の中から関数関係にあるものを見付けさせたりする活動。

○身近な事象について、対応表、式、グラフを用いて表現し、それらを比較・検討し、共通点や相違点について生徒同士が対話をする活動。

○日常生活など、生徒にとって身近な事象を扱うことで、生徒に学習内容の価値や有用性を実感させる。

#### ④ 今後の学習の活用

○数学

中学校第2学年	○事象と一次関数 ○二元一次方程式と関数	○一次関数の対応表、式、グラフ ○一次関数を用いること
中学校第3学年	○事象と関数 $y=ax^2$ ○関数 $y=ax^2$ を用いること	○関数 $y=ax^2$ の対応表、式、グラフ ○いろいろな事象と関数

○他教科

理科	○フックの法則 ○オームの法則	○化合する物質の質量の割合 ○位置エネルギー
----	--------------------	---------------------------

### (2) 生徒の実態及び指導方針 (34名)

#### ① 既習の学習内容や活動

生徒は、小学校算数科において、伴って変わる二つの数量の関係について、その対応や変化の特徴を、対応表や式、折れ線グラフなどを用いて調べる活動を経験した。その後、「一方の数量が2倍、3倍、…と変化するのに伴って、他方の数量も2倍、3倍、…と変化する」という特徴をもった数量の関係を「比例」として学習した。その際、日常の事象における、二つの数量の関係を対応表やグラフなどに表し、変化の特徴を調べることを通して、比例関係を見いだす活動を行った。また、比例の関係が有効に用いられる場面について考え、手際よく問題を解決することができるなどのよさを味わうことで、日常の問題の解決に進んで比例の関係を活用しようとする態度を養ってきた。さらに、対応表や式などの数学的表現を用いて、互いに自分の考え方を表現し、伝え合うなどの学習をした。その後、比例の理解を促すため、反比例についても学習した。

#### ② 本単元に関わる生徒の実態

##### ◇ 数学科における実態

数学の授業において、多くの生徒は教師の説明を意欲的に聞き、与えられた学習課題に対して真剣に取り組むことができる。また、考えや意見を発表したり交流したりする機会を設けると、活発に意見交流や発言ができる生徒が多い。

##### ◇ 本単元に関わる実態

本単元の学習指導にあたり、「比例と反比例」の学習につながる意識調査及びレディネステストの結果から、次のように実態をとらえた。(令和元年7月25日実施)

#### 〈数学への関心・意欲・態度〉 (意識調査の結果から)

小学校算数科における「比例と反比例」の学習に対して、苦手意識を感じている生徒は、約58%だった。主な理由としては、「複雑で難しい」「比例や反比例の関係を見付けるのが苦手」「比例や反比例の意味が分からない」といった意見が見られた。一方で、「得意」と感じている生徒からは、「表やグラフに表すと便利」や「理解できると楽しい」など、学習内容の有用性や成就感を味わっている生徒が多かった。また、日常生活から比例や反比例に関わる事象を適切に見付けられた生徒は、約36%だった。このことから、学習内容が日常生活で活用できると感じている生徒は、少ないと考えられる。

### 〈数学的な見方や考え方〉 (レディネステストの結果から)

対応表、式、グラフを用いて値を求める設問では、正答できた生徒は約96%だった。そのうち、対応表を活用した生徒は約7%、式を活用した生徒は約37%、グラフを活用した生徒は約56%だった。対応表を用いた生徒は「 $x$ と $y$ の関係が○倍になっているから」という理由が多かった。また、式を活用した理由としては「代入して求めると簡単」という意見が多く、グラフを活用した理由としては、「見やすく、読み取りやすい」という意見が多かった。一方で、具体的な事象の中から関数関係を見いだす設問では、適切に答えられた生徒は約42%だった。

### 〈数学的な技能〉 (レディネステストの結果から)

具体的な事象から見いだした関数関係を対応表にまとめる設問では、全ての生徒が正答だった。また、比例のグラフに表す設問は、約87%の生徒が正解した。不正解の例としては、グラフを直線ではなく、ヒストグラムで表した生徒が多かった。一方で、 $x$ や $y$ を用いた式に表せた生徒は、約39%だった。これらの生徒の中には、無答の生徒も多かったため、関数関係を式で表すことに苦手意識を感じている生徒が多いと考えられる。

### 〈数量や図形などについての知識・理解〉 (レディネステストの結果から)

比例の関係の意味を問う設問では、「一方の数量が2倍、3倍、…と変化するのに伴って、他方の数量も2倍、3倍、…と変化する」という特徴について理解している生徒は、約94%だった。また、比例のグラフの形の特徴を問う設問では、「原点を通る」や「直線」といった特徴について挙げられた生徒は、約58%だった。

## ③ 指導方針

- 単元の導入の場面では、生徒に学習内容の有用性を感じさせるため、日常生活の場面において、小学校算数科で学習した比例の考えを用いて問題解決ができる課題を設定する。
- 日常生活と学習内容の関わりを実感させるため、身近な事象における様々な関数関係を取り上げ、対応表、式、グラフに表したり、比例や反比例の関係にあるものを見付けたりする活動に取り組みさせる。
- 対応表を扱う際には、数量の変化や対応の仕方を自由に挙げさせ、生徒同士に意見交流をさせることで、変化や対応の特徴をより多角的に捉えることができるようにする。
- 関数関係を式に表すことが苦手な生徒が多いため、文字を使って立式をする際には、変数として何を $x$ とし、何を $y$ とするかを明確にしたり、立式の仕方を図を用いて考えさせたりするなどして、式に表しやすくする。
- グラフが点の集合であることを実感させるため、ICTを活用し、細かく点をとることで、線になっていく様子を観察させる。
- 対応表、式、グラフのそれぞれの特徴やよさについて、生徒が自分の言葉でまとめたり、生徒同士が意見交流したりする活動を設定することで、それぞれの数学的表現への理解につなげる。
- 対応表、式、グラフを用いて問題解決をする場面では、それぞれの解決方法を比較し、検討する。そのことにより、それぞれの数学的表現を場面や目的に応じて適切に判断したり、習得した知識を統合的に考えたりできるようにする。
- 具体的な事象から関数関係を見いだすことが苦手な生徒が多いため、伴って変わる二つの数量について対話活動を通してじっくりと考察させたり、対応表にまとめさせたりすることで、何と何が関数関係にあるのかを見いだせるようにする。
- 習得した知識や技能を「つかう」過程では、生徒が対応表、式、グラフのうち、どの解き方をしたのか

が分かりやすいように、解き方に応じて生徒の机の上に色のついた紙コップを置かせる。

○単元全体を通して、ICTを活用して繰り返し既習事項の復習をしたり、生徒同士が互いに教え合ったりする場面を設定することで、基礎的な学習内容の定着ができるようにする。

### 3 研究主題との関わり

研究主題 『深い学びのある授業提案 —統合的・発展的な考えを促す指導の工夫を通して—』

上記研究主題は、児童生徒が各教科の授業を通して、主体的・対話的に学習に取り組みながら、習得した知識や技能をさらに深めることをねらいとしている。授業改善班では、昨年度まで、教材・教具の効果的な活用や、学び合いの工夫についての手立てを研究してきた。それらの研究成果を受け、今年度は、各教科の見方・考え方を見直し、児童生徒の「深い学び」につながる授業改善についての研究を進めることにした。

そこで、中学校数学科においては、「深い学び」につながる授業改善の手立ての一つとして、「統合的・発展的な考えを促すための指導の工夫」が考えられる。本単元においては、「統合的な考え」を促すために、比例や反比例の対応表、式、グラフについて比較・検討し、関連性を見いだす活動を設定する。そのことにより、具体的な事象について、様々な数学的表現を用いて考察できるようになり、場面や目的に応じて適切に問題解決をしようとする態度が養われると考えられる。また、「発展的な考え」を促すために、既習事項を用いて、新たな概念を形成する活動を行う。例えば、比例の考え方をもとにして、新たな関数関係を見いだし、対応表やグラフについて考察する活動が挙げられる。そのことにより、生徒が日常生活や今後の学習において、既習の知識や考え方を生かして、未知の状況を予測し、考察する力が高まると考えられる。

以上のような活動を取り入れることにより、生徒が習得した知識や技能をもとに「深い学び」を実現させ、学ぶ意欲がさらに高まり、主体的に学び続ける態度が養われていくと考えられる。

### 4 単元の目標

具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目して関数関係を見いだし、その特徴を対応表、式、グラフなどで考察することができる。

### 5 評価規準

評価の観点	おおむね満足できる状況
数学への関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>○比例、反比例の特徴に関心をもち、対応表、式、グラフなどを用いて考えようとしている。</li> <li>○具体的な事象の中にある二つの数量の関係を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。</li> <li>○比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明することに関心をもち、問題解決に生かそうとしている。</li> </ul>
数学的な見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>○具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、比例、反比例の関係として見いだすことができる。</li> <li>○比例、反比例の関係を、対応表、式、グラフなどを用いて調べ、その特徴を見いだすことができる。</li> <li>○具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が、比例、反比例であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴をとらえ、説明することができる。</li> <li>○具体的な事象から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり、単純化したりして、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。</li> </ul>
数学的な技能	<ul style="list-style-type: none"> <li>○比例、反比例の関係を、対応表、式、グラフなどで表すことができる。</li> <li>○平面上の点を、座標を用いて表したり、座標をもとにして平面上に点をとったりすることができる。</li> <li>○比例・反比例の関係にある具体的な事象について、対応表、式、グラ</li> </ul>

	フなどを用いて表現したり、処理したりすることができる。
数量や図形などについての知識・理解	<p>○事象の中には比例や反比例を用いて捉えられるものがあることを知り、比例、反比例の意味を理解している。</p> <p>○変化や対応の様子、グラフの形、式の意味など、比例や反比例の特徴を理解している。</p> <p>○座標を用いて、平面上の点が一意的に表されることを理解している。</p> <p>○具体的な事象の中には、比例や反比例などの関数関係とみなすことで、変化や対応の様子について調べたり、予測したりすることができるものがあることを理解している。</p>

## 6 指導と評価の計画（全 18 時間計画）

過程	時数	ねらい・学習活動	指導上の留意点	評価の観点				
				関	思	技	知	
であう	1	○身のまわりの問題を、比例の考え方を利用して解決することを通して、そのよさを理解する。	○身近な事象を取り上げ、小学校算数科で学習した比例の考え方をを用いると問題解決ができることを実感させることで、単元への興味・関心を持たせる。	○				
追究する	2	○関数の意味を理解する。また、変域の意味や表し方を理解し、不等号を使って表すことができる。	○小学校算数科で学習した比例、反比例が関数の一例であることや、身近な数量の関係の中から関数関係にあるものを予想し、確認する活動を設定することで、関数の意味を理解できるようにする。			○	○	
		○伴って変わる 2 つの数量の関係を、対応表や式に表すことができる。				○		
	6	○比例の意味を理解し、比例の関係を式に表すことができる。	○小学校の学習内容との関連を意識させ、変数を負の数まで拡張した際に、どのような性質があるかを予想する活動を設定することで、学びの見通しをもたせる。			○	○	
		○ $y=ax$ について、 $x$ の変域や比例定数を負の数に拡張しても、比例の性質が成り立つことを理解する。					○	
		○1組の $x, y$ の値から、比例の式を求めることができる。		○比例定数や変数を負の数まで拡張した際に、あらかじめ予想した数量の変化の仕方やグラフの形について検証する活動を設定することで、生徒が主体的にめあてを追究できるようにする。			○	○
		○座標の意味や点の位置の表し方を理解し、点の座標を求めたり、座標を平面上の点で表したりすることができる。		○対応表から読み取れる数量の変化の仕方や、式の表し方、グラフのかき方等を自分の言葉で他者に伝えたり、まとめさせたりする活動を設定することで、数学的な表現を用いて説明する力を養う。				○
		○比例のグラフは、その式をみたす点の集合であり、原点を通る 1 つの直線になることを理解する。					○	○
		○比例のグラフをかくことができる。また、その特徴を理解する。					○	○
	1	○比例の対応表、式、グラフの関係を見いだす。また、グラフから式を求めることができる。	○対応表、式、グラフのそれぞれの特徴をまとめ、それらの関連性を見いだす活動を設定することで、生徒がこれまでに習得した知識を統合的に考えられるようにする。		○	○		
	5	○反比例の意味を理解し、反比例の関係を式に表すことができる。	○小学校で学習した反比例や、本単元で学習してきた比例の考えと比較しながら学習に取り組みせることで、関連性を意識させ、理解を深めさせる。			○	○	
○ $y=\frac{a}{x}$ について、 $x$ の変域や比例定数を負の数に拡張しても、反比例の性質が成り立つことを理解する。また、 $x, y$ の値から、反比例の式を求めることができる。		○対応表、式、グラフのそれぞれの特徴をまとめ、それらの関連性を				○	○	

		○反比例のグラフは、その式をみただす点の集合であり、なめらかな2つの曲線になることを理解する。	見いだす活動を設定することで、生徒がこれまでに習得した知識を統合的に考えられるようにする。				○
		○反比例のグラフをかくことができる。また、その特徴を理解する。				○	○
		○反比例の対応表、式、グラフの関係を見いだす。また、グラフから式を求めることができる。			○	○	
つかう	3 (本時は、その3)	○身のまわりの問題を、比例や反比例の関係を利用して解決することができる。(2時間計画)	○身近な事象について、関数関係にある二つの数量の関係を見だし、対応表、式、グラフを用いて問題解決させる。そのことにより、それぞれの解決方法の特徴やよさを実感させ、場面や目的に応じて、適切に選択できるようにする。		○	○	
		○身のまわりの問題を、比例の対応表やグラフをもとにして考察することができる。	○比例の考え方をもとに、新たな関数関係について考察する活動を設定することで、生徒の思考を広げ、学びを深められるようにする。		○		

## 7 本時

- (1) **ねらい** 身のまわりの問題を、比例の対応表やグラフをもとにして考察することができる。
- (2) **準備** ワークシート、タブレットPC、対応表やグラフが書かれた用紙(生徒用と黒板提示用)
- (3) **展開**

学習活動 予想される生徒の反応	時間	指導 形態	指導上の留意点及び支援・評価 ◎努力を要する生徒への支援 ◇評価
1 前時の復習をする。	5	一斉	◎努力を要する生徒への支援 ◇評価
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>【復習】</b> AさんとBさんが朝マラソンに参加をして走っています。 Aさんは500mを2分間で、Bさんは500mを2分30秒で走ります。 2人が同時に出発したとき、次の問いに答えなさい。 (1)AさんとBさんが500mの差がつくのは、出発してから何分後ですか。 (2)Bさんが3000m走りきるのは、Aさんが3000m走り終えてから何分後ですか。</p> </div>			
○比例の対応表やグラフをつかって、解決できたな。			○生徒とのやりとりをしながら、対応表やグラフでの表し方や解決方法について確認する。そのことにより、本時の学習内容を理解しやすくする。
2 課題を把握し、めあてを設定する。		一斉	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>【問題】</b> Cさんは自転車に乗り、AさんとBさんが出発してから3分後に出発し、500mを1分間で走ります。このとき、次の問いに答えなさい。 (1)Cさんが、AさんとBさんに追いつくのは、AさんとBさんが出発してから、何分後ですか。 (2)Bさんが3000m走りきるのは、Cさんが3000m走り終えてから何分後ですか。</p> </div>			
○「3分後に出発」を、対応表やグラフでどう表せばいいかな。 ○「追いつく」のは、対応表やグラフではどこのことを表しているかな。			○タブレットPCを用いて、Aさん、Bさん、Cさんの動き方を提示することで、課題の内容を生徒が具体的にイメージできるようにする。 ○前時との違いから、本時のめあてを設定する。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>【めあて】</b> 同時にスタートしない時の、対応表やグラフでの解き方は…?</p> </div>			
3 めあてを追究する。	15	個別 ↓ グループ	○前時の課題の解き方をもとに、同じ解き方の生徒が集まるように、意図的な座席配置をしておく。 ○AさんとBさんについての対応表やグラフが印刷された新たなワークシートを用意し、自由に使ってよいことを伝える。 ○最初の数分間は、個別で考えさせる。その後、同じ解き方をした生徒同士で対話をさせることで、考えを整理し、対応表の書き方やグラフの形に気付けるようにする。

			<p>○解決できた生徒が解決できていない生徒に対して教える活動を行う。そのことにより、全ての生徒が対応表かグラフのどちらかを活用して問題解決ができるようにする。</p> <p>◎対応表やグラフで表せない生徒に対して、個別に支援する。</p> <p>◇【見方・考え方】比例の対応表またはグラフをもとにして、課題を解決することができる（机間指導・ワークシート）</p>
4 同じ解法ごとの班に分かれ、解法を説明し合う。	10	グループ	<p>○対応表を使ったグループとグラフを使ったグループに分かれ、3人程度の班をつくる。</p> <p>○班の中で解法を説明させ合うことで、考え方を確認させる。</p> <p>○全員が説明できるようにしておくように声をかける。</p>
5 別の解き方をした班同士が、解法を説明し合う。	5	グループ	<p>○対応表を使った班とグラフを使った班に、互いに解法を説明させる。その際、対応表やグラフを選んだ理由についても伝えさせることで、それぞれの解法のよさについて考えられるようにする。</p>
6 一斉で解法を確認する。	5	一斉	<p>○対応表、グラフのそれぞれの解き方をした班から代表で1班ずつ選び、一斉で発表させる。その際、補足があれば、他の班の生徒から言わせることで、生徒の理解を深める。</p> <p>○時間短縮のため、生徒のワークシートをタブレットPCで撮影し、画面に映しながら説明させる。</p> <p>○生徒の説明から、対応表やグラフの読み取り方について確認し、まとめを行う。</p>
7 対応表やグラフのそれぞれのよさについて考える。 【引き出したい生徒の考え】 ○対応表は、数量同士の関係や規則が読み取りやすいな。 ○グラフは、変化の様子が見てすぐに分かるな。 ☆原点を通らない直線は、どのような式で表せるのかな。	10	個別 ↓ グループ ↓ 一斉	<p>○対応表やグラフを用いて問題解決をしたり、読み取ったりすることのそれぞれのよさについて、生徒が気付けるように振り返りを行う。そのことにより、生徒に比例をはじめとした関数関係について学習することの有用性を感じさせ、今後の学習や日常生活で活用しようとする態度を養う。</p> <p>○Cさんの進む様子が式でどう表せるかを疑問に感じている生徒がいれば、2年生で学習することを伝える。そのことにより、生徒に学年間の学習の系統性を意識させる。</p>

## 8 板書計画

《1・2の活動》

1/4(水) めあて 同時にスタートしない時の表し方は？  
〈グラフ〉

【問題】AさんとBさんが朝マラソンに参加をして走っています。  
Aさんは500mを2分間で、Bさんは500mを2分30秒で走ります。  
2人が同時に出発したとき、次の問いに答えなさい。

(1) AさんとBさんが500mの差がつくのは、出発してから何分後ですか。  
(2) Bさんが3000m走りきるのは、Aさんが3000m走り終わってから何分後ですか。

〈対応表〉

【対応表】 時間(分)	0	1	2	3	4	...	10	...	12	...	15
Aさんの 進む距離(m)	0	250	500	750	1000	...	2500	...	3000	...	3000
Bさんの 進む距離(m)	0	200	400	600	800	...	2000	...	2400	...	3000

3分間差  
500mの差

【グラフ】

《3～7の活動》

？  
 <グラフ>

【問題】Cさんは自転車に乗り、AさんとBさんが出発してから3分後に出発し、500mを1分間で走ります。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) Cさんが、AさんとBさんに追いつくのは、AさんとBさんが出発してから、何分後ですか。

(2) Bさんが3000m走りきるのは、Cさんが3000m走り終えてから何分後ですか。

<対応表>

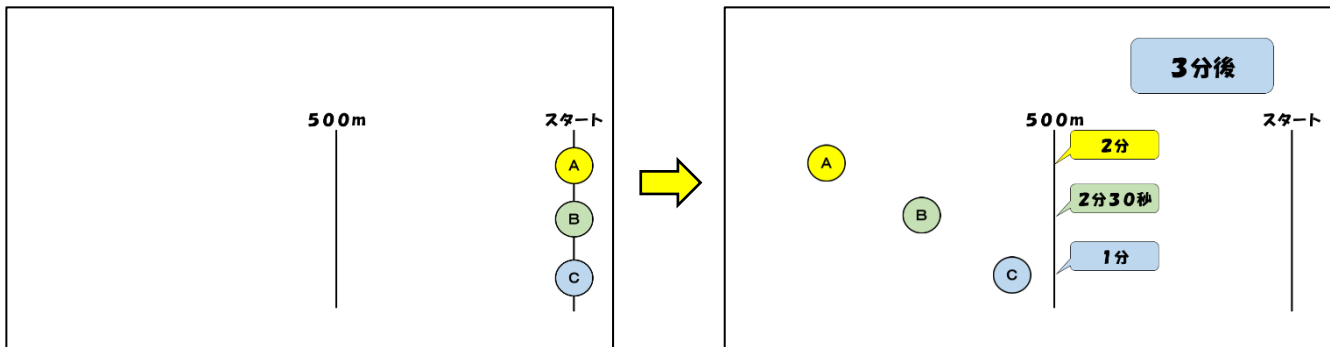
時間(分)	0	1	2	3	4
Aさんの進む距離(m)	0	250	500	750	1000
Bさんの進む距離(m)	0	200	400	600	800
Cさんの進む距離(m)					

☆グラフのよき

☆対応表のよき

## 9 資料

《パワーポイントでの提示資料》



《ワークシート》

1年生 数学科プリント 4章「比例と反比例」No.24( 月 日 曜日)

めあて:

【問題】Cさんは自転車に乗り、AさんとBさんが出発してから3分後に出発し、500mを1分間で走ります。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)Cさんが、AさんとBさんに追いつくのは、AさんとBさんが出発してから、何分後ですか。

(2)Bさんが3000m走りきるのは、Cさんが3000m走り終えてから何分後ですか。

☆まとめ