

# 数学科学習指導案（3 学年）

## 1 単元 多項式

### 2 単元設定の理由

#### (1) 教材観

##### ①学習指導要領上の位置付け

[知識及び技能]

A(2)ア(ア)単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすること。

(イ)簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解をすること。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, (a+b)(a-b) = a^2 - b^2, (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

[思考力、判断力、表現力等]

A(2)イ(ア)既に学習した計算の方法と関連付けて、式の展開や因数分解をする方法を考察し表現すること。

(イ)文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること。

##### ②単元の価値

本単元では、文字式の展開や因数分解について理解し、それらを基に数の性質が一般的に成り立つことを説明する活動を通して、既習事項との関連を考えたり、目的に応じて式を変形したり、文字を用いて数の性質について説明したりする力を高めることができる。

##### ③単元の系統性

- ・第2学年では、数量や数量の関係を捉え説明するのに文字を用いた式が活用できることや、目的に応じて簡単な式を変形することについて学習している。
- ・第3学年では、本単元にて公式を能率的に活用し目的に応じて式を変形する力をつけ、2次方程式を解く場面で活用される。

#### (2) 生徒観（男子 18 名、女子 16 名 計 34 名）

##### ①既習の学習内容や活動

- ・第1学年では、数量の関係や法則などを文字を用いた式で表すことを学んだ。
- ・第2学年では、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明できることを理解し、文字を用いて式に表現したり、式の意味を読み取ったりした。

##### ②本単元に関わる生徒の実態

- ・多項式の計算、及び展開、因数分解の基本的な技能は、ほとんどの生徒が身につけている。
- ・文字を用いた式で数量の関係を捉え説明することが苦手な生徒は多い。発問や振り返りを工夫したり、既習事項との関連を考えさせたりすることで説明する力を伸ばしたい。

##### (3) 指導観

- ・因数分解をする際に、どの公式を使うのか判断する方法を議論させ、因数分解フローチャートを作らせることで、見通しをもって因数分解の判断ができるようにする。
- ・「連続する2つの偶数の積に1を足した数は奇数の2乗になる」ことを証明する際に、 $2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式変形を振り返り、 $2n+1$ を「奇数」と見るだけでなく「連続する偶数の間の奇数」であることにも気付かせるようにすることで、統合的・発展的な見方ができるようにする。

## 3 単元の目標

- ・式の展開や因数分解をできるようにするとともに、それらを使って数や図形の性質を調べ説明することができる。

## 4 指導と評価の計画（別紙参照）

※別形式「指導と評価の計画」を作成

5 本時の展開 (13/14)

(1) 目標

数の性質が一般的に成り立つことを、展開や因数分解を利用して説明することができる。

(2) 展開

学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点及び支援・評価
<p><b>1 本時の課題をつかむ。</b></p> <p>○ 2つの続いた奇数の積に1を加えた数はどんな数になるか、具体的な数値から数量の間の関係を予想する。</p> <p>・ 偶数になりそうだ。                  ・ 4の倍数になりそうだ。                  ・ 偶数の2乗になりそうだ。                  ・ 2つの続いた奇数の間の数の2乗になりそうだ。</p>	<p>○ 具体的な数値で考えさせることで、数量の間の関係を予想することができるようにする。</p> <p>○ 予想した性質が、本当にいつでも成り立つのかを問うことで、文字式を用いて説明する必要性を理解できるようにする。</p> <p>○ 今までとの違いが何かを問い、ノートを振り返らせることで、2年での既習事項は和のパターンのみであったことに気付かせる。</p>
<p><b>課題：積のときも文字を使って説明できるのか。</b></p>	
<p><b>2 予想したことを展開や因数分解を使って証明する。</b></p> <p>○ 2つの続いた奇数や4の倍数の表し方を確認する。</p> <p>○ 予想したことを文字式を用いて証明する。</p> <p>・ <math>4n^2 + 8n + 4</math>は4の倍数なのかな。                  ・ <math>4(n^2 + 2n + 1)</math>だから4の倍数になるぞ。</p> <p>○ 最初に予想した「2つの続いた奇数の間の数の2乗になる」ことも説明する。</p> <p>・ 2つの続いた奇数の間の数はどう表すのかな。                  ・ <math>2n + 1</math>と<math>2n + 3</math>の間だから<math>2n + 2</math>だな。                  ・ <math>4n^2 + 8n + 4 = (2n + 2)^2</math>だから、題意を満たすな。</p> <p><b>3 条件を変えて証明する。</b></p> <p>○ 2つの続いた偶数の積に1を足した数はどんな数になるか、具体的な数値から数量の間の関係を予想する。</p> <p>・ 奇数になりそうだ。                  ・ 奇数の2乗になりそうだ。                  ・ 2つの続いた偶数の間の奇数の2乗になりそうだ。</p> <p>○ 予想したことを文字式を用いて証明する。</p> <p>・ <math>4n^2 + 4n + 1</math>は奇数なのかな。                  ・ <math>4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2</math>だから、奇数の2乗になるぞ。                  ・ <math>(2n + 1)^2</math>ということは、2つの続いた偶数の間の2乗とも考えられそうだ。</p>	<p>○ 数の性質などを説明することが苦手な生徒が多いため。4の倍数であることから証明してみるよう促す。</p> <p>○ 連続する2つの奇数や偶数の表し方を確認することで、数量関係を文字を用いて一般化できるようにする。</p> <p>○ 最後にどんな式ができればよいかを確認することで見通しをもって証明ができるようにする。</p> <p>○ 具体的な数字を使った際に、他の結論もあったことを思い出させることで、別の視点から考えられるようにする。</p> <p>○ 説明することが苦手な生徒には、近くの生徒と自由に交流させることで、どのように考えれば説明ができるか確認するように促す。</p> <p>○ 本時の課題「連続する2つの奇数の積に1を足した数はどんな数になるか」を少し変化させて別の問題を作れないか考えさせることで、類題を作らせ、本時の適用問題とし取り組ませる。</p> <p>○ 予想したことを発表させ、その中から取り組んでみたい数量の関係の証明を自分で選択させることで、意欲的に取り組ませる。</p>
<p><b>【思考・判断・表現】</b>                  数の性質が一般的に成り立つことを証明するのに展開や因数分解を利用することができる。                  (ノート、発言、ワークシート)</p>	
<p><b>4 本時を振り返る。</b></p> <p><b>&lt;振り返り&gt;</b></p> <p>・ 積についての数の性質が一般的に成り立つことは、展開や因数分解を利用して説明できるのだな。</p>	

**<「思考力、判断力、表現力等」育成のための具体的な手だて>**

- (1) 学びの系統性を意識するための学びの順番の工夫
- (2) 身に付けた知識を関連付けたり、結び付けたりする発問の工夫

指導と評価の計画 数学科 3年 単元「多項式」(全14時間計画)

目標	・式の展開や因数分解をできるようにするとともに、それらを使って数や図形の性質を調べ説明することができる。				
評価規準	<p>【知識・技能】 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算ができ、簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解ができる。</p> <p>【思考・判断・表現】 既に学習した計算の方法と関連付けて、式の展開や因数分解する方法を考察し表現したり、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明したりすることができる。</p> <p>【主体的に学習に取り組む態度】 数の性質を文字を用いた式でとらえ説明することに関心をもち、進んで問題の解決に生かそうとしている。</p>				
過程	時間	目標・課題	学習活動	振り返り	評価項目 (方法・観点)
で あ う	1	◎2年次より文字の数が増えた多項式と単項式との乗除の計算ができる。  文字が多くなっても、今までのように解けるのかな。	○文字の数が多くなった多項式と単項式の乗除の計算をする。	☆文字の数が多くなっても、今までの解き方と同じように考えて解けるな。	【知識・技能】 文字の数が増えても既習の解法とほぼ同様だと気づき、計算することができる。(ノート、発言)
		◎多項式と多項式の乗法の計算方法を理解し、展開できる。  $(x+3) \times (y+3)$ はどのように計算すればいいのだろうか。	○多項式と多項式の乗法の求め方を考える。	☆1つの括弧の中を文字でおくことで、今までと同じ考え方で解けるのだな。	【知識・技能】 多項式と多項式の乗法の計算をすることができる。(ノート、発言)
追 究 す る	4	◎展開の公式1～4の仕組みを理解し、計算できる。  $(x+a)(x+b)$ $(x+a)^2$ 、 $(x-a)^2$ $(x+a)(x-a)$ は、どのように計算できるのだろうか。  ◎少し複雑な展開の問題を、既習の展開の公式と見立てて解くことができる。  今までの解き方で解くことはできないだろうか。	○多項式と多項式の乗法を、式の形に着目して公式を導き、その公式を使って展開する。  ○ $x$ の係数が1以外の問題や、式の中に共通部分をもつ問題を解く。	☆計算問題だけど、長方形や正方形で考えると公式のイメージがわかりやすいな。  ☆共通部分を文字でおくと、今までの解き方と同じ解き方で解けるな。	【知識・技能】 展開の公式1～4を理解し、計算することができる。(ノート、発言)  【思考・判断・表現】 少し複雑な展開の問題を、既習の展開公式と見立てて解くことができる。(ノート、発言)
		◎因数や素因数の意味を知り、自然数を素因数分解できる。  簡単に素因数分解する方法はないだろうか。	○因数、素因数などの用語を知り、素因数分解の方法を理解する。	☆割算の逆のような形で、素数で割っていけばいいのだな。 ☆2年生で学習した「倍数の判別法」を利用すると素因数分解が簡単だな。	【知識・技能】 因数や素因数の意味を知り、自然数を素因数分解できる。(ノート、発言)
	1	◎因数分解と展開の関係を理解し、共通因数のくくり出しができる。  文字以外の共通因数はないのだろうか。	○教科書の付録の図形で長方形をつくり、因数分解と展開の関係を考える。	☆共通因数は文字だけでなく、整数も含まれるのだな。	【知識・技能】 因数分解は展開の逆演算であることを理解し、共通因数のくくり出しができる。(ノート、発言)

追 究 す る	4	<p>◎因数分解の公式1～4を理解し、計算できる。</p> <p>因数分解の公式1～4のポイントはどこだろうか。</p> <p>◎共通因数のくくりだしや共通部分を文字でおいた後に、因数分解の公式1～4を使っていろいろな式を因数分解することができる。</p> <p>今までと同じ考え方で解くことはできないのだろうか。</p>	<p>○基本的な形式の因数分解の計算をする。</p> <p>○やや複雑な式を因数分解する。</p>	<p>☆公式の因数分解は展開の逆の計算だな。</p> <p>☆項の数で公式4は判断できるな。</p> <p>☆一番最後の項が2乗かどうか見れば判断が早くなるな。</p> <p>☆式を変形すれば今までと同様の考え方解けるな。</p> <p>☆文字の置き換えをすると、今までと同様の考え方で解けるな。</p>	<p>【知識・技能】</p> <p>因数分解の公式1～4を理解し計算することができる。 (ノート、発言)</p> <p>【思考・判断・表現】</p> <p>やや複雑な因数分解を、式変形や文字の置き換えをした後に公式を利用して解くことができる。 (ノート、発言)</p>
	1 (本時)	<p>◎数の性質が一般的に成り立つことを証明するのに、展開や因数分解を利用することができる。</p> <p>積のときも文字を使って説明できるのか。</p>	<p>○具体的な数値で数量の関係を予測し、展開や因数分解を利用して、数量の関係が成り立つことを証明する。</p>	<p>☆積についての数の性質が一般的に成り立つことは、展開や因数分解を利用して説明できるのだな。</p>	<p>【思考・判断・表現】</p> <p>数の性質が一般的に成り立つことを証明するのに展開や因数分解を利用することができる。 (ノート、発言)</p>
う	1	<p>◎図形の面積についての性質が一般的に成り立つことを証明するのに、展開や因数分解を利用することができる。</p> <p>どんな道でも「(道の面積)=(センターラインの長さ)×(道幅)」になるのだろうか。</p>	<p>○図形の面積を式で表し、その式を展開や因数分解を利用して、いつでも成り立つことを証明する。</p>	<p>☆展開や因数分解を利用すると面積についても一般的に成り立つことが言えるんだな。</p>	<p>【思考・判断・表現】</p> <p>図形の面積についての性質が一般的に成り立つことを証明するのに展開や因数分解を利用することができる。 (ノート、発言)</p>