令和７年度

群馬県高校生

数学コンテスト

注　意　事　項

1　問題は，１ページから６ページまであります。また，解答用紙は６枚あります。
2　制限時間は３時間です（13：00～16：00）。６問中４問を選択して解答してください。
3　解答は，該当の問題番号が示された解答用紙に記入し，コンテスト終了後は，解答用紙を必ず４枚提出してください（残りの解答用紙は持ち帰ってください）。
4　解答用紙には，コンテスト番号，氏名を必ず記入してください。コンテスト番号，氏名のいずれかが記入されていないものは，採点の対象外となることがあります。
5　解答には，途中の考え方などを簡潔・明瞭・的確に書いてください。論理性，表現力，アイデアの観点で評価します。正解でなくても賞を授与することがあります。
6　必要があれば，はさみ，定規，コンパス，電卓を用いることができます。

1　１辺の長さが１ｍの立方体の氷がある。この氷の一部を削って，ある立体を作ることを考える。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

ただし，立体を削り出す作業において，この氷は溶けないものとする。

(1)　立方体の氷を削って，できるだけ大きな正四面体の氷を作りたい。１辺の長さが１ｍの立方体の氷から削り出すことのできる正四面体のうち，体積が最大となるものを考え，その正四面体の体積を求めなさい。

(2)　立方体の氷を削って，次の条件をもつ立体Ｔの氷を作りたい。

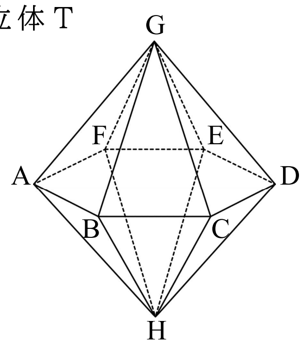
立体Ｔの条件

・立体Ｔは，右の図のように２つの合同な六角錐の底面どうしを重ねた立体である。

・六角形 ABCDEF は正六角形である。

・辺 AG，BG，CG，DG，EG，FG，AH，BH，CH，DH，EH，FH の長さは，すべて等しい。

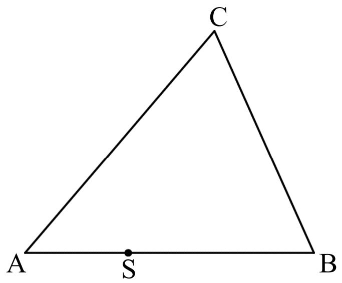
立体Ｔ



１辺の長さが１ｍの立方体の氷から削り出すことのできる立体Ｔのうち，体積が最大となるものを考え，その立体Ｔの体積を求めなさい。

2　右の図のような，フェンスで囲まれた三角形の公園がある。図のように，この公園を△ ABC とすると，公園の入口 S は辺 AB 上にあるという。

ひでおさんたちは，次の【ルール】を設定して，この公園内を走るタイムレースを行うことにした。後の(1)，(2)の問いに答えなさい。



【ルール】

① レースのスタート地点とゴール地点は，ともに入口 S とする。
② 公園内のフェンスとフェンスの間では，曲がることなく直線的に走るものとする。
③ スタート後，辺 AC と辺 BC のフェンスにそれぞれタッチし，ゴールに帰ってこなければならない。タッチする順序は，どちらが先でもよいものとする。
④ フェンスにタッチする場所は辺上のどこでもよいものとする。

(1)　ひでおさんは，よりよいタイムを出すために，【ルール】を満たすような最短経路を考えることにした。

ひでおさんが最速タイムを狙うことができるよう，【ルール】を満たす最短経路を，解答用紙の図にコンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2)　タイムレースを終えたひでおさんたちは，【ルール】の①を変更して，次のような【新ルール】で，再度タイムレースを行うことにした。

【新ルール】

① レースのスタート地点とゴール地点は同じ地点とするが，その地点は辺 AB 上の好きな位置に決めてよいものとし，その地点を T とする。
② 公園内のフェンスとフェンスの間では，曲がることなく直線的に走るものとする。
③ スタート後，辺 AC と辺 BC のフェンスにそれぞれタッチし，ゴールに帰ってこなければならない。タッチする順序は，どちらが先でもよいものとする。
④ フェンスにタッチする場所は辺上のどこでもよいものとする。

この【新ルール】においても，ひでおさんが最速タイムを狙うことができるような最短経路を考えたい。最短経路をとるためには，辺 AB 上のどの位置に地点 T を決めればよいか。その理由も含めて答えなさい。

3　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　１個のさいころを３回続けて投げてその出た目を記録し，次の＜例＞のように，その３つの数を左から順に並べる。さいころの目がどのように出たとしても，並んだ３つの数のうち，どれか１つの数もしくは連続したある部分の数を選ぶと，その和を３の倍数にすることができることを示しなさい。

＜例＞

$$1\quad\boxed{3}\quad 4$$

$$\boxed{5\quad 4}\quad 2$$

$$\boxed{4\quad 4\quad 1}$$

(2)　１個のさいころを７回続けて投げてその出た目を記録し，次の＜例＞のように，その７つの数を左から順に並べる。さいころの目がどのように出たとしても，並んだ７つの数のうち，どれか１つの数もしくは連続したある部分の数を選ぶと，その和を７の倍数にすることができることを示しなさい。

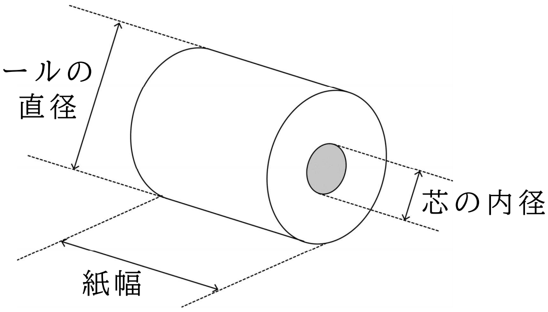
＜例＞

$$\boxed{1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1}$$

$$1\quad 1\quad 4\quad\boxed{6\quad 5\quad 1\quad 2}$$

$$6\quad 2\quad\boxed{3\quad 1\quad 3}\quad 5\quad 3$$

4　私たちが普段使っているトイレットペーパーは，ペーパーホルダーに装着できるよう，サイズの規格（JIS規格）が定められているという。



トイレットペーパーの規格（JIS 規格）

・紙幅：114mm（± 2mm）
・芯の内径：38mm（± 1mm）
・ロールの直径：120mm 以下

ひろしさんは，この規格を確かめるため，家にあるトイレットペーパーのサイズを調べてみたところ，紙幅が 114mm，芯の内径が 38mm，ロールの直径が 120mm，芯の厚さが 1mm であった。また，このトイレットペーパーの包装紙には，「シングル（１枚重ね），65m（紙の長さ）」と表示されていた。このトイレットペーパーは，芯に何周分の紙が巻かれていると考えられるか。円周率は 3.14 として計算し，求めた数値の小数点以下を切り捨てて，整数で答えなさい。

ただし，求めた答えが正しいことを確認するために，異なる２つの方針を立てて，それぞれの方法で求めた解答が一致することを確かめること。なお，必要があれば，次の【自然数の和の公式】を用いてもよい。

【自然数の和の公式】

自然数　１，２，３，・・・，n の和は，次の式によって求められる。

$$1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

5　分数を小数で表したとき，同じ数字の列が繰り返し続く場合がある。このような小数を「循環小数」という。

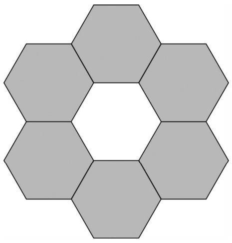
例えば，$\frac{1}{13}=0.0769230769230\cdots\cdots$ は，小数第1位から小数第6位までの数字「076923」が繰り返される循環小数である。この繰り返される最小の列を「循環節」といい，循環節の桁数を「循環節の長さ」という。つまり，$\frac{1}{13}$ を小数で表したときの循環節は「076923」であり，循環節の長さは「6」である。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　$\frac{1}{7}$ を小数で表すと，小数第1位から循環が始まる循環小数となる。$\frac{1}{7}$ を小数で表したときの，「循環節」と「循環節の長さ」を，それぞれ答えなさい。

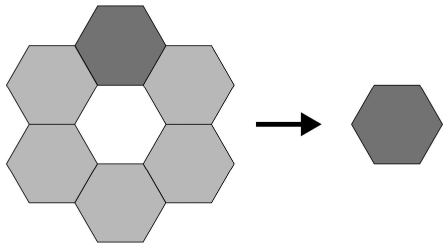
(2)　m を2以上の自然数とする。$\frac{1}{m}$ を小数で表すと，小数第1位から循環が始まり，循環節の長さが6の循環小数となるという。このような m を，できるだけ多く求めなさい。
　ただし，求めた m は，値の小さい順に書くこと。

6　図Ⅰのように，平面上で合同な正六角形を辺どうしでつないでリング状にした図形を，「正六角形リング」と呼ぶことにする。いろいろな正六角形リングを，つなぎ目の辺を折り目として折っていくことで，１つの正六角形に折りたたむことができるかどうかを調べたい。図Ⅱのように，図Ⅰの正六角形リングは，１つの正六角形に折りたたむことができることが分かる。後の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図Ⅰ

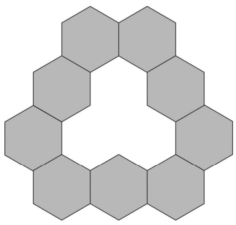


図Ⅱ

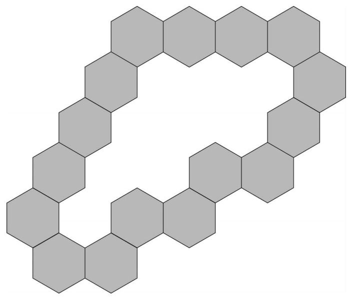


(1)　次のア～エのうち，１つの正六角形に折りたたむことができる正六角形リングをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，必要があれば，【別紙】を切り取って折りたためるかどうかを確かめてよいものとする。

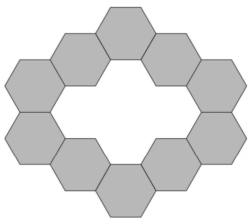
ア



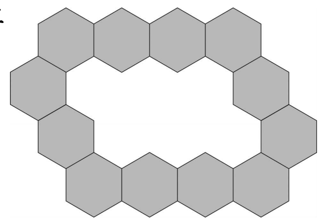
イ



ウ

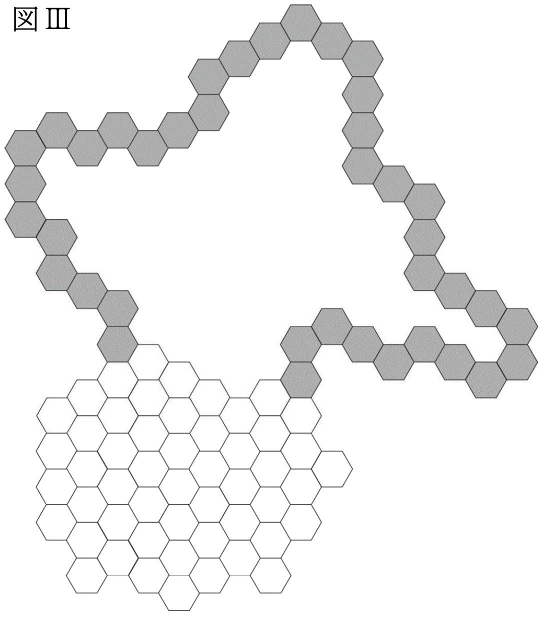


エ



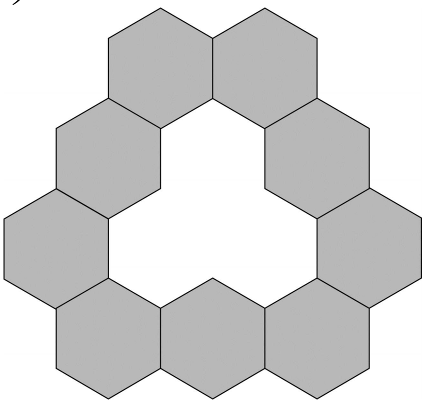
(2)　図Ⅲにおいて，白色の正六角形を１０個以上塗りつぶすことで，１つの正六角形に折りたたむことができる正六角形リングを１つ完成させなさい。また，ある正六角形リングが１つの正六角形に折りたたむことができるかどうかを判定する方法を，図Ⅲで完成させた正六角形リングを例として，説明しなさい。

図Ⅲ

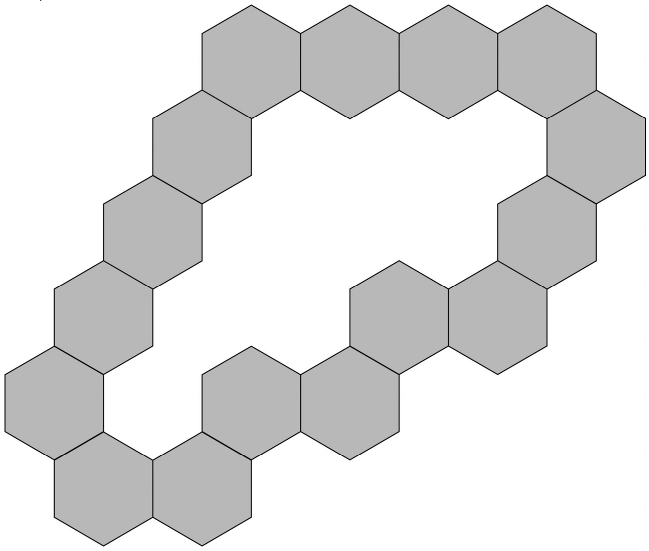


【別紙】

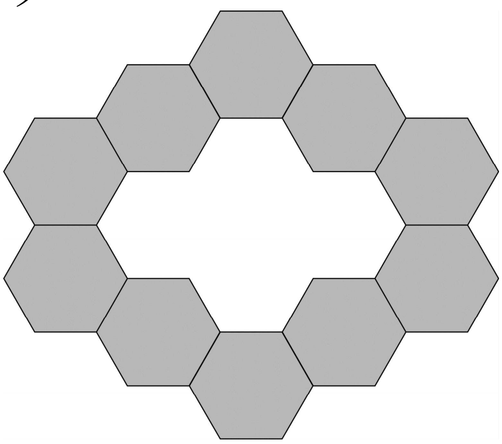
ア



イ



ウ



エ