令和７年度群馬県高校生数学コンテストのまとめ

群馬県教育委員会

Ⅰ　概　要

令和７年度群馬県高校生数学コンテストは、７月２４日（木）に、参加を希望する生徒が在籍する学校（県内２４校）において実施し、参加者数は４３６名であった。令和３年度から、集合会場でのコンテストは実施せず、より多くの生徒が安心して参加できるよう、各参加者が在籍する高校で実施する形式としている。

コンテストは平成１０年度から始められ、今年度で２８回目の開催となった。各受賞者数は、最優秀賞１名、優秀賞７名、始動人アイデア賞１１名、奨励賞１８名（昨年度は最優秀賞１名、優秀賞１１名、始動人アイデア賞１２名、奨励賞１６名）の計３７名であった。

コンテストは、例年どおり数学的な発想を問う６題の問題から４題を選択し、３時間で解答する形式で行われ、解答の際には定規、コンパス、はさみ、電卓の使用を認めている。

群馬県では、教育イノベーションの一環として、ＳＴＥＡＭ教育の実践を推進しており、この数学コンテストもＳＴＥＡＭ教育推進に関する行事として実施している。コンテスト問題では、この観点を踏まえ、実社会との関連を意識した問題や、身近な事象について数理的に考察する問題を出題した。これらの問題の解決を通して、新しい社会を切り拓くための創造性の基礎を養うきっかけとなればと考えている。答案の中には、論理的に整理された素晴らしいものも見られたほか、正解に至らない答案の中にも、発想のユニークなものが数多く見られた。

本コンテストは、３時間集中して数学の問題を考えたり、学年を越えて同じ問題に取り組んだりするなど、既存の学習の枠組みを超えた貴重な機会を提供しているものと考える。このことは、数学のみならず、今後様々な教科を学習したり教科横断の探究的な学習を進めたりしていく上でも良い経験になっていると思われる。今後も、本コンテストの特徴を維持しながら更に内容を発展させ、生徒が数学を楽しむ機会となるよう一層充実させていきたい。

○　参加生徒の内訳

学　年	１年(中等４年)	２年(中等５年)	３年(中等６年)
参加生徒数	１９０	２３３	１３

※次のページ以降に令和７年度群馬県高校生数学コンテストの問題と解答・解説があります。

II　問題及び解答例

1　１辺の長さが１ｍの立方体の氷がある。この氷の一部を削って，ある立体を作ることを考える。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

ただし，立体を削り出す作業において，この氷は溶けないものとする。

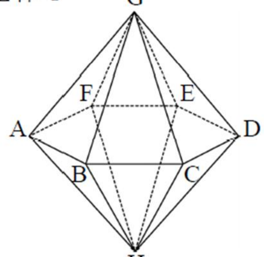
(1)　立方体の氷を削って，できるだけ大きな正四面体の氷を作りたい。１辺の長さが１ｍの立方体の氷から削り出すことのできる正四面体のうち，体積が最大となるものを考え，その正四面体の体積を求めなさい。

(2)　立方体の氷を削って，次の条件をもつ立体Ｔの氷を作りたい。

立体Ｔの条件

- 立体Ｔは，右の図のように２つの合同な六角錐の底面どうしを重ねた立体である。
- 六角形 ABCDEF は正六角形である。
- 辺 AG，BG，CG，DG，EG，FG，AH，BH，CH，DH，EH，FH の長さは，すべて等しい。

立体Ｔ



１辺の長さが１ｍの立方体の氷から削り出すことのできる立体Ｔのうち，体積が最大となるものを考え，その立体Ｔの体積を求めなさい。

［解答例］

(1)　すべての正四面体は互いに相似な立体であるから，体積が最大となるのは，正四面体の一辺の長さが最大となるときである。任意の正三角形を立方体の周及び内部に配置することを考えると，どのような置き方をしても，立方体の直交する 3 つの面への正三角形の各辺の射影（すべての面からみたときの影の形）は，一辺が 1m の正方形の周及び内部に収まる。正方形内で取りうる 2 点間の距離の最大値は，正方形の対角線の交点を中心とする円を考えると対角線を結んだ長さ$\sqrt{2}$mであるから，

(正三角形の一辺の長さ)$\leqq\sqrt{2}$　・・・①

が成り立つ。

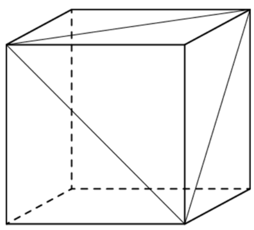


図 I

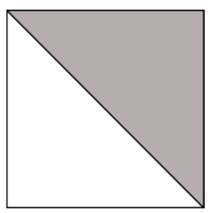
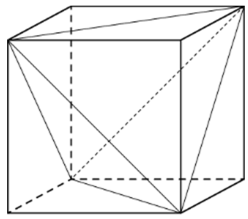


図 II

図 I のように立方体の 3 つの頂点を結んだ三角形を考えると，どの辺も 1 辺が 1m の正方形の対角線であるから，1 辺が$\sqrt{2}$m の正三角形であり，立方体の直交する 3 つの面への射影はいずれも図 II または図 II を回転したものになり，①の等号が実現する辺がどの面についても存在する。また，図 III のように立方体の 4 つの頂点を結んだ四面体を考えると，どの辺も 1 辺が 1m の正方形の対角線であるから，1 辺が$\sqrt{2}$m の正四面体となる。

以上より，正四面体の体積が最大となるのは，1 辺の長さが $\sqrt{2}$mのときである。このとき，正四面体の体積は，

$$1-4\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\right)\cdot 1=\frac{1}{3}\quad (\mathrm{m}^3)$$


図Ⅲ

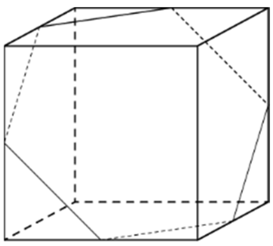
(2)　正六角形の対角線の交点を O とすると AG，BG，CG，DG，EG，FG，AH，BH，CH，DH，EH，FH は全て等しいから，OG＝OH であり，さらに OG と OH は 2 つの六角錐の高さであることが分かる。

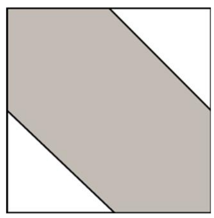
また，O を中心とする円を考えると，正六角形 ABCDEF 内で取りうる 2 点間の距離の最大値は，正六角形の対角線を結んだ長さである。　・・・②

(1)と同様にして，任意の正六角形 ABCDEF を立方体の周及び内部に配置することを考えると，どのような置き方をしても，立方体の直交する 3 つの面への正六角形の各辺の射影は，1 辺が 1m の正方形の周及び内部に収まり，(1)より正方形内で取りうる 2 点間の距離の最大値は，$\sqrt{2}$m であるから，②も踏まえると

（正六角形の対角線の長さ）$\leqq\sqrt{2}$　・・・③

が成り立つ。


図Ⅳ

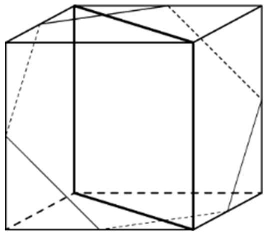

図Ⅴ

また，図Ⅳのように立方体の各辺の中点を結んでできる六角形を考えると，どの辺も 1 辺が $\frac{1}{2}$ mの正方形の対角線であるから，1 辺の長さが $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m の正六角形であり，立方体の直交する 3 つの面への射影はいずれも図Ⅴまたは図Ⅴを回転したものになり，③の等号が実現する辺がどの面についても存在する。

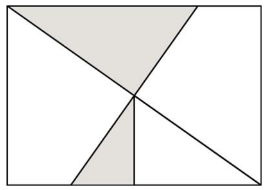
以上より，正六角形 ABCDEF のうち面積が最大となるのは，1 辺の長さが$\frac{\sqrt{2}}{2}$mのときである。

立方体の対角線を含む図Ⅵの太線部分の $1:\sqrt{2}$ の長方形の切断面である図Ⅶを考えると，図Ⅶの影をつけた 2 つの三角形が相似な直角三角形だから，立方体の対角線とこのときの正六角形は垂直である。よって，この対角線を六角錐の高さ GH とおくことができ，GH についても立方体の対角線の交点を中心とする球を考えれば，このとき

立方体の中で最大の長さとしてとることができる。



図VI



図Ⅶ

よって，立体 T の底面積も高さも最大であるから，体積もこのとき最大で，求める体積は，

$$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{4}\right)\cdot 6=\frac{3}{4}\qquad (\mathrm{m}^3)$$

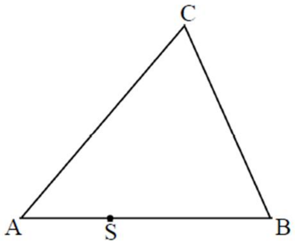
[出題の意図]

ある空間や容器に対して，実際にどれだけのものが占めているかの割合を表す指標に「充填率」というものがあり，日常のさまざまなことに応用されています。例えば，3Ｄプリンターの造形における充填率とは，造形物内部の密度を指します。充填率が高いほど，内部の密度も上がり，強度に優れた造形物ができるそうです。今回は，ある立体の，立方体に対する充填率を検証し，より充填率の高い立体の配置を考えるような出題をしました。実は，本問で登場した正四面体と立体 T は，体積が最大となるように配置し，立方体の各面からまっすぐみると正方形にみえます（直交する３方向から光を当てると影の形が正方形になります）。気になった人は，「イマジナリーキューブ」で検索してみてください。

[講評]

436 名中 248 名が選択しましたが，正解者はいませんでした。体積が最大となる状況が直観的に分かっていても，それが最大といえる根拠を明確に示さなければいけません。この部分を含めて適切に論述できている答案を正解としています。より体積を大きくするためには，与えられた立体の断面のうち一番大きい部分を立方体の対角線に垂直となるように配置したり，立体内の一番大きな線分を立方体の対角線に配置したりすることを考えていくとよいでしょう。このとき，与えられた立体が立方体からはみ出さないかに注意する必要があります。

2　右の図のような，フェンスで囲まれた三角形の公園がある。図のように，この公園を△ ABC とすると，公園の入口 S は辺 AB 上にあるという。
　ひでおさんたちは，次の【ルール】を設定して，この公園内を走るタイムレースを行うことにした。後の(1)，(2)の問いに答えなさい。



【ルール】

①　レースのスタート地点とゴール地点は，ともに入口 S とする。
②　公園内のフェンスとフェンスの間では，曲がることなく直線的に走るものとする。
③　スタート後，辺 AC と辺 BC のフェンスにそれぞれタッチし，ゴールに帰ってこなければならない。タッチする順序は，どちらが先でもよいものとする。
④　フェンスにタッチする場所は辺上のどこでもよいものとする。

(1)　ひでおさんは，よりよいタイムを出すために，【ルール】を満たすような最短経路を考えることにした。
　ひでおさんが最速タイムを狙うことができるよう，【ルール】を満たす最短経路を，解答用紙の図にコンパスと定規を用いて作図しなさい。
　ただし，作図に用いた線は消さないこと。
(2)　タイムレースを終えたひでおさんたちは，【ルール】の①を変更して，次のような【新ルール】で，再度タイムレースを行うことにした。

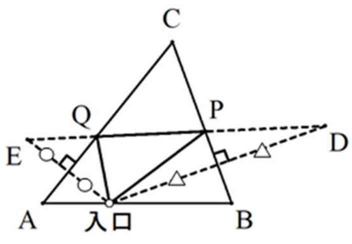
【新ルール】

①　レースのスタート地点とゴール地点は同じ地点とするが，その地点は辺 AB 上の好きな位置に決めてよいものとし，その地点を T とする。
②　公園内のフェンスとフェンスの間では，曲がることなく直線的に走るものとする。
③　スタート後，辺 AC と辺 BC のフェンスにそれぞれタッチし，ゴールに帰ってこなければならない。タッチする順序は，どちらが先でもよいものとする。
④　フェンスにタッチする場所は辺上のどこでもよいものとする。

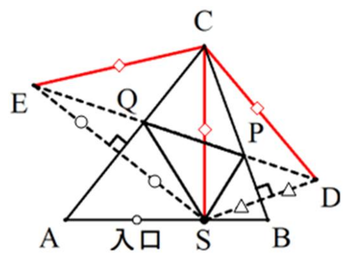
　この【新ルール】においても，ひでおさんが最速タイムを狙うことができるような最短経路を考えたい。最短経路をとるためには，辺 AB 上のどの位置に地点 T を決めればよいか。その理由も含めて答えなさい。

[解答例]

(1)　フェンスに触る地点をそれぞれＰ，Ｑとする。次に直線ＢＣ，ＣＡに関して入口と対称な点をそれぞれＤ，Ｅとする。垂直二等分線の性質から，入口からＰまでの距離と，入口からＱまでの距離は，それぞれＤＰ，ＱＥの長さに等しくなる。よって，このかけっこの距離の和はＤＰ＋ＰＱ＋ＱＥと等しくなる。これが最小となるのは２点Ｐ，Ｑが線分ＤＥ上にあるときだから，２点Ｐ，Ｑを線分ＤＥ上に取ればよい。



(2)　(1)より，線分ＤＥの長さが最短となればよい。
　右の図において，垂直二等分線の性質より
　　ＣＥ＝ＣＳ＝ＣＤ　　・・・①
　　∠ＳＣＢ＝∠ＤＣＢ　・・・②
　　∠ＳＣＡ＝∠ＥＣＡ　・・・③



②＋③より

　∠ＡＣＢ＝∠ＤＣＢ＋∠ＥＣＡ

両辺に∠ＡＣＢを加えて

　２∠ＡＣＢ＝∠ＤＢＣ＋∠ＡＣＢ＋∠ＥＣＡ

したがって

　２∠ＡＣＢ＝∠ＥＣＤ　・・・④

①より，△ＣＤＥはＣＤ＝ＣＥの二等辺三角形である。

　また，④より頂角の大きさは点Ｓの位置によらず常に∠Ｃの２倍となり，一定である。よって，△ＣＤＥは点Ｓの位置によって変形するが，常に相似な図形として変化する。つまり，線分ＤＥ（△ＣＤＥの底辺）が最も短くなるのは，斜辺が最も短くなるときである。ゆえに，斜辺が最も短くなるのは線分ＣＳが最も短くなるときと同じであり，それはＣＳ⊥ＡＢとなるときである。

[出題の意図]

　中学校で学んだ作図（垂直二等分線・角の二等分線など）の原理を確実に理解し，適切に活用できているかを問う問題です。高校では「最短（最小）」と聞くと，平方完成・相加相乗平均・微分といった手法がまず思い浮かびがちですが，中学校段階では「最短経路＝直線」という幾何的発想が中心でした。小・中で培った算数・数学の知識は高校数学においても重要なエッセンスを含んでいます。本問を通じて算数・数学の連続性を実感してもらいたいと考え，出題しました。

[講評]

　436 名中 265 名が選択し，正解者は 1 人でした。

　(1)では，7 割以上の解答が「垂線を用いる」という発想に到達していました。点と直線の最短距離が垂直距離であることは理解されていたようです。次の一歩として，折れ線の経路を“反射”の発想で直線化して考える視点をもてるとよいでしょう。これは中学校理科で学ぶ光の反射（入射角＝反射角）を，幾何に応用する考え方です。

　また(1)は，まずどちらかのフェンスに接する点を仮に固定し，その条件下での最短経路を求める，いわば「動点が複数あるときは一方を固定して考える」という基本手法を踏むと，正解に到達しやすい構成になっています。重要な思考法として，ぜひ身につけてください。

　(2)では，解が垂足になると見抜いた生徒が 56 名おり，直観の鋭さがうかがえました。ここで鍵となるのは実験的な思考です。(1)を踏まえると，地点 T を動かしたときの最短経路は容易に導出できます。T を移動させると常に相似な二等辺三角形が現れることに気づけば，正解に到達できたはずです。もっとも，実験を通じて仮説までは立てられても，相似の構造に気付くのは難しかったと思われます。初等幾何の問題では，図形に相似が潜んでいないかを常に意識して眺める姿勢が有効ですので，今後，意識するとよいかと思います。

3　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　1個のさいころを3回続けて投げてその出た目を記録し，次の＜例＞のように，その3つの数を左から順に並べる。さいころの目がどのように出たとしても，並んだ3つの数のうち，どれか1つの数もしくは連続したある部分の数を選ぶと，その和を3の倍数にすることができることを示しなさい。

＜例＞

1　$\boxed{3}$　4

$\boxed{5\quad 4}$　2

$\boxed{4\quad 4\quad 1}$

(2)　1個のさいころを7回続けて投げてその出た目を記録し，次の＜例＞のように，その7つの数を左から順に並べる。さいころの目がどのように出たとしても，並んだ7つの数のうち，どれか1つの数もしくは連続したある部分の数を選ぶと，その和を7の倍数にすることができることを示しなさい。

＜例＞

$\boxed{1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1\quad 1}$

1　1　4　$\boxed{6\quad 5\quad 1\quad 2}$

6　2　$\boxed{3\quad 1\quad 3}$　5　3

［解答例］

(1)　3で割った余りに注目すると，出る目の数の余りは0，1，2のいずれかになる。余りが0になるものは1つの数で3の倍数となるので，余りが1，2となる数のみの組合せを考える。

3つの数の余りがすべて1のときや，余りがすべて2のときは，3つの数の和が3の倍数となる。また，余り1が2つと余り2が1つのときや，余り1が1つと余り2が2つのときは，どのように並んでいても余り1と余り2が隣り合うので，その隣り合う2数の和が3の倍数となる。

以上から，命題は成り立つ。

(2)　並べた7つの数を左から順に a，b，c，……，g とし，

$$a=\mathrm{A},\ a+b=\mathrm{B},\ a+b+c=\mathrm{C},\ \cdots\cdots,\ a+b+c+d+e+f+g=\mathrm{G}$$

とおく。A～Gのうち，どれかが7で割り切れるとき，命題は成り立つ。

A～Gのすべてが7で割り切れないとき，7で割った余りは1～6のいずれかとなるため，A～Gのうち余りが同じものが少なくとも2つ存在する。

A～Gのうち余りが同じものをS，T（S＜T）とすると，

$$\mathrm{S}=7k+r,\ \mathrm{T}=7l+r\ （k<l,\ k,\ l \text{は整数},\ r=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6）$$

と表せる。このとき，$\mathrm{T}-\mathrm{S}=7(l-r)$となる。

よって，T－Sで作られる連続したある部分の数の和が7の倍数となるので，命題は成り立つ。

［出題の意図］

第 3 問は，「鳩ノ巣原理」の理解と応用を問うことを目的として構成した問題です。(1)は比較的単純なケースであるため，全てのパターンを書き出すことでも解決できる問題ですが，この問題の試行錯誤を通じて論理的な法則性に気付くことで，(2)にじっくり取り組めるよう，問題を構成しました。この問題は，単なる知識の有無だけではなく，論理的思考の深さや表現の明瞭さを問う問題です。この問題をきっかけに，数学的な考え方のよさを実感するとともに，思考力を育てるきっかけにしてもらいたいという意図で出題しました。

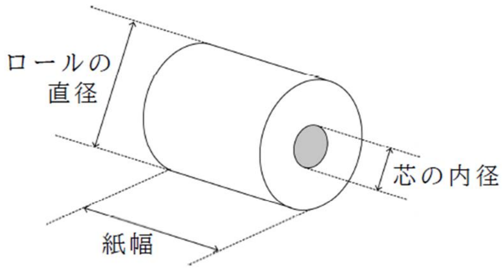
［講評］

436 名中 324 名が選択し，完答者は 5 名でした。特に(1)では，3 の倍数になる「組合せ」を考察した答案が多くありましたが，「どのような並び順であっても，必ず成り立つ」ことを説明する記述に欠けていたものも散見されました。また，「場合の数」や「確率」からアプローチして正答にたどり着いた答案もあり，これは出題者の予想を超える興味深い発見でした。一方で，余りに着目する視点をもつことで，より簡潔で明瞭な説明に至ったと考えられる答案も数多く見られました。

一方で，証明の過程において「自明」という言葉を多用した答案もありました。たとえ明らかに思える事柄であっても，その内容を丁寧に記述することが求められる場合もあります。答案が論理的な説明になっているかどうかを常に意識する必要があるでしょう。

(2)については，上記で示した解答のような答案は 1 名のみでしたが，他の 4 名の完答者はいずれも背理法によって解答を導いていました。彼らの主張は，「7 の倍数にならないように左から順に数を選んでいくと，7 番目に数字が置けなくなる。したがって，どのような出目であっても，連続したある部分の和が 7 の倍数になる」というものであって，これも本質的には鳩ノ巣原理の考え方となっています。

4　私たちが普段使っているトイレットペーパーは，ペーパーホルダーに装着できるよう，サイズの規格（JIS規格）が定められているという。



トイレットペーパーの規格（JIS 規格）

・紙幅：114mm（± 2mm）
・芯の内径：38mm（± 1mm）
・ロールの直径：120mm 以下

ひろしさんは，この規格を確かめるため，家にあるトイレットペーパーのサイズを調べてみたところ，紙幅が 114mm，芯の内径が 38mm，ロールの直径が 120mm，芯の厚さが 1mm であった。また，このトイレットペーパーの包装紙には，「シングル（１枚重ね），65m（紙の長さ）」と表示されていた。このトイレットペーパーは，芯に何周分の紙が巻かれていると考えられるか。円周率は 3.14 として計算し，求めた数値の小数点以下を切り捨てて，整数で答えなさい。

ただし，求めた答えが正しいことを確認するために，異なる２つの方針を立てて，それぞれの方法で求めた解答が一致することを確かめること。なお，必要があれば，次の【自然数の和の公式】を用いてもよい。

【自然数の和の公式】

自然数　1，2，3，・・・，n の和は，次の式によって求められる。

$$1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

［解答例］

以下，単位は mm で考えることとし，円周率を π で表す。

（解 1）

ペーパーの長さについて考察する。ペーパーの厚さを a とする。k 周目に巻かれているペーパーの長さを x_k とし，芯に n 周分巻かれているとする。ペーパーの外側の部分に対して直径を考えると，１周目の直径は $38+2+2a=40+2a$，２周目の直径は $40+4a$，n 周目の直径は $40+2na$ であるので，$x_1=(40+2a)\pi$，$x_2=(40+4a)\pi$，…，$x_n=(40+2na)\pi$ となる。

ここで，n 周目の直径は 120 となるので，$40+2na=120$　・・・①

また，x_1 から x_n までの和が 65000 となるので，

$x_1+x_2+\cdots+x_n=(40+2a)\pi+(40+4a)\pi+\cdots+(40+2na)\pi=65000$

自然数の和の公式より，$\left\{40n+2a\times\frac{1}{2}n(n+1)\right\}\pi=65000$　・・・②

①より，$na=40$ これを②に代入して，$\{40n+40(n+1)\}\pi=65000$

$$n=\left(\frac{65000}{\pi}-40\right)\div 80=258.25\cdots$$

よって，約 258 周巻かれている。

（解 2）

ペーパーの体積について考察する。ペーパーの厚さを a とし，芯に n 周分巻かれているとする。ペーパーの側面から見たときの紙の厚みを考えると，

$$na=\frac{120-40}{2}=40 \quad ・・・③$$

ロールをすべて伸ばして，一つの直方体と見て体積を計算すると，

$$114\times65000\times a \quad ・・・④$$

ロール全体から芯の部分を除いて計算すると，

$$\pi\times\left(\frac{120}{2}\right)^2\times114-\pi\times\left(\frac{40}{2}\right)^2\times114=3200\times114\pi \quad ・・・⑤$$

④，⑤より，$114\times65000a=3200\times114\pi$

よって，$a=\dfrac{3200\pi}{65000}$

これを③に代入して，

$$n\times\frac{3200\pi}{65000}=40$$

ゆえに，

$$n=\frac{40\times65000}{3200\pi}=258.75・・・$$

よって，約 258 周巻かれている。

[出題の意図]

「数学の問題は，答えが導ければよい」と勘違いされがちですが，数学を実際に使う力としては，日常生活や社会での事象を数学的に表現した問題に変換し，数学の事象として解決し，その結果を現実の世界のものとして考察する力が求められています。今回は，異なる 2 つの方針を立てるというこれまでの数学の問題ではあまり問われることのなかった課題を提示し，いろいろな視点から問題を考察する力についても評価する問題としました。毎日のように使用しているトイレットペーパーについて，どのように考えることができたでしょうか。使い始めはあまり減っているように感じませんが，後半になるとあっという間になくなったと感じた経験があると思います。外側と内側で 1 周あたりのペーパーの長さが異なることが理由ですが，これを数学的にどのように表現し，処理するかがポイントです。

[講評]

436 名中 218 名が解答し，異なる 2 通りの方針を立てて答えを求めることができた答案が 10 名，1 通りの方法のみで確認することができた答案が 17 名でした。主にペーパーの長さ，側面積（ドーナツ状の面積)，体積のいずれかに着目して答案を進めていました。こ

のうちの２つの方針で答えが一致することを確認できている答案を正解としました。

評価のポイントは次の３点です。１つ目は条件をもとに計算に必要な半径の長さ等を適切に把握すること，２つ目は答えを求めるにあたり必要なペーパーの厚さを求めること，３つ目は解答においてペーパーの長さを適切に表現し，それを一般化して処理することです。特に３つ目に関しては, 半径をペーパーの内側にとるか外側にとるかを考慮していない場合, 一般化する際にミスが生じやすくなってしまいます。ここで減点される答案が多くみられました。また今回の問題では，小数点以下を切り捨てて解答することになっていましたが, 計算の途中で小数点以下を切り捨ててしまうと，誤差が大きくなってしまいます。あくまで最後の答えを求める際に処理を行うことに注意が必要です。

5　分数を小数で表したとき，同じ数字の列が繰り返し続く場合がある。このような小数を「循環小数」という。

例えば，$\frac{1}{13}=0.0769230769230\cdots\cdots$ は，小数第１位から小数第６位までの数字「076923」が繰り返される循環小数である。この繰り返される最小の列を「循環節」といい，循環節の桁数を「循環節の長さ」という。つまり，$\frac{1}{13}$ を小数で表したときの循環節は「076923」であり，循環節の長さは「６」である。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　$\frac{1}{7}$ を小数で表すと，小数第１位から循環が始まる循環小数となる。$\frac{1}{7}$ を小数で表したときの，「循環節」と「循環節の長さ」を，それぞれ答えなさい。

(2)　m を２以上の自然数とする。$\frac{1}{m}$ を小数で表すと，小数第１位から循環が始まり，循環節の長さが６の循環小数となるという。このような m を，できるだけ多く求めなさい。
　ただし，求めた m は，値の小さい順に書くこと。

［解答例］

(1)　循環節：142857　　循環節の長さ：6

(2)　循環節の長さを l とする。

(1)の筆算から，$l=6$ となるのは 10^6 を m で割ったときの余りが 1 となること，すなわち，10^6-1 が m の倍数になることが必要である。ここで，

$$10^6-1=999999=3^3\times7\times11\times13\times37 \quad \cdots ①$$

と素因数分解できるので，この約数が m の候補である。

ただし，例えば $m=3^3=27$ のときは，

$$\frac{1}{27}=0.0370370\cdots$$

```
       0.1428571…
  7 ) 1 0
        7
        3 0
        2 8
          2 0
          1 4
            6 0
            5 6
              4 0
              3 5
                5 0
                4 9
                  1 0
                    7
                    3
```

のように，候補の中には循環節の長さが 6 とならない m が存在することに注意する。
候補の中で循環節の長さが 6 とならない場合，すなわち $l=1$，$l=2$，$l=3$ となる場合を考えると，

$$10^1-1=9=3^2,\quad 10^2-1=99=3^2\times11,\quad 10^3-1=999=3^3\times37$$

とそれぞれ素因数分解できるので，m の値がこれらの数の約数となるときは，循環節の長さが 6 にならない。

以上により，①の約数から答えとしてふさわしい m の値を小さい順に求めると，
7，13，21，39，63，77，91，117，143，189，231，259，273，297，351，407，429，481，693，777，819，1001，1221，1287，1443，2079，2331，2457，2849，3003，3367，3663，3861，4329，5291，6993，8547，9009，10101，10989，12987，15873，25641，27027，30303，37037，47619，76923，90909，111111，142857，333333，999999　の 53 個

［出題の意図］

「任意の数を循環節とする分数をつくることができるのか」という問いが出題のきっかけです。(1)は単なる計算問題で，電卓を使用することですぐに答えが得られます。しかし，電卓を使用せずに筆算を行うことで，新たな気づきが得られます。(2)を解決していく 1 つの発想として，(1)の計算がヒントとなるようにしました。ときには 1 つの具体例から，本質を見抜くことが難しい場合もあります。この場合は，さらに自分で具体例を設定し，実験を繰り返すことも大切なことです。具体的な計算を行うことで，何らかの規則性や構造を読み取ろうとする態度を身につけてもらいたいという意図で出題をしました。

(2)はいくつかの解法があります。解答例では 999999 の素因数分解を行いますが，9 で割れることはすぐに気づけます。次に 111111 の素因数分解となりますが，こちらはどうでしょうか。倍数の判定法を知らない場合，電卓を用いて素数で順番に割っていくなど，試行錯誤をすることで素因数分解ができるでしょう。ちなみに，111111 はレピュニット数といい，美しい性質を持っています。数学的な考え方や論証力を磨いてもらいたいと考え，この問題を出題しました。

［講評］

436 名中 410 名が解答し，6 名が正解しました。

(1)については，$\frac{1}{7}$を小数で表す計算が必要であり，電卓を使うこともできますが，実際に筆算をすることで(2)の方針を立てるきっかけとなります。多くの人が正解していました。

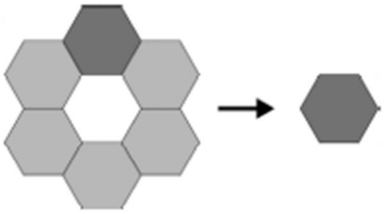
(2)については，m の値を 1 つずつ調べていく解答や，適する m の値を何個か求め，そこから規則性を探っていく解答が目立ちました。これは数学において，大切な姿勢です。循環節の長さが 6 となる $m=7$，$m=13$ から，7 の倍数，13 の倍数を考えていく答案も多くありました。しかしこのような考え方から，すべての m の値をもれなく求めることは容易ではありません。ここでは(1)の計算を筆算ですることにより，余りが「1」となった時点で次の循環が始まるという手がかりを見つけます。すなわち，10^6 を m で割ったときの余りが 1 となるような m を考えていけばよいということです。すべてを電卓に頼ることなく，数学的に考えることができたかが、正解への第一歩です。

また，求める m は 999999 の正の約数であることにたどり着けた答案がありました。しかし，999999 の約数であることは必要条件であり，約数の中でもふさわしくない m の値も存在します。このような m を取り除くこと（十分性の確認）をしなければなりません。十分性の確認をしていない答案，答案としてうまく表現できていない答案もありました。答案の必要十分性が確認できないものについては正解としていません。自分の答案を読み直し，論理の飛躍がないか丁寧に確認することも大切です。

6　図Ⅰのように，平面上で合同な正六角形を辺どうしでつないでリング状にした図形を，「正六角形リング」と呼ぶことにする。いろいろな正六角形リングを，つなぎ目の辺を折り目として折っていくことで，１つの正六角形に折りたたむことができるかどうかを調べたい。図Ⅱのように，図Ⅰの正六角形リングは，１つの正六角形に折りたたむことができることが分かる。後の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図Ⅰ

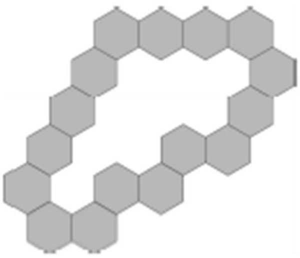
図Ⅱ



(1)　次のア～エのうち，１つの正六角形に折りたたむことができる正六角形リングをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，必要があれば，【別紙】を切り取って折りたためるかどうかを確かめてよいものとする。

ア

イ

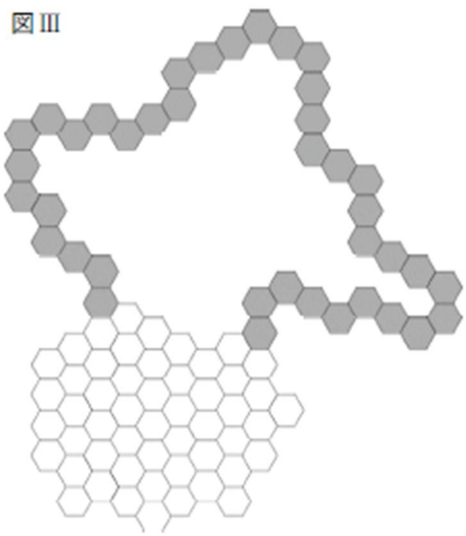


ウ

エ

(2)　図Ⅲにおいて，白色の正六角形を１０個以上塗りつぶすことで，１つの正六角形に折りたたむことができる正六角形リングを１つ完成させなさい。また，ある正六角形リングが１つの正六角形に折りたたむことができるかどうかを判定する方法を，図Ⅲで完成させた正六角形リングを例として，説明しなさい。

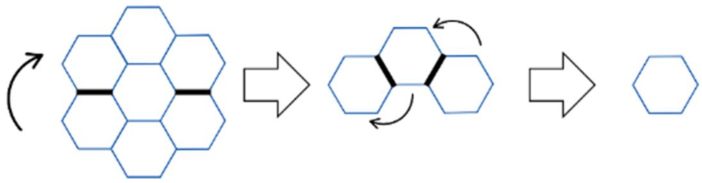
図Ⅲ



［解答例］

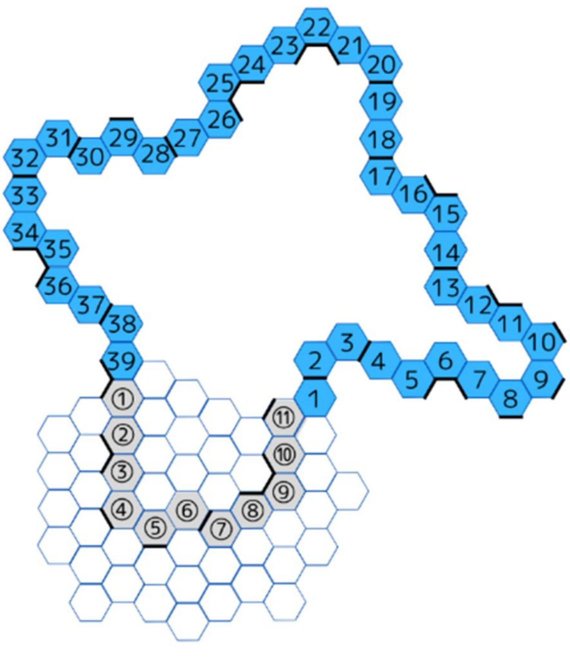
(1)　イ，ウ

(1)の図Ⅰを折りたたむためには、次の図のとおり、まず，水平な２つの折線（太線）で同時に折り，そのあと１つの正六角形に折りたためばよい。

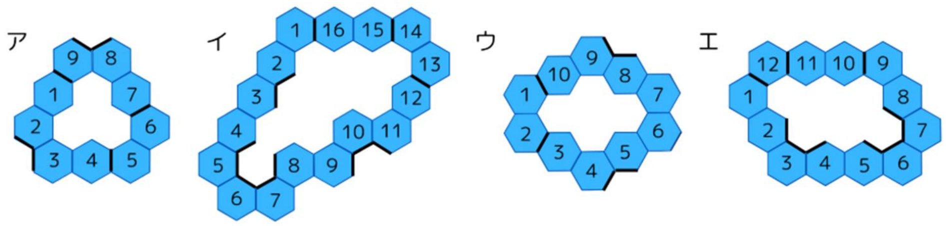


これと同様にできるのがウである。このように，水平で１回折った後に蛇腹に折る方法のほか，対称軸がなかったとしても，ある部分から順に追っていく（蛇腹に折っていく）方法で折りたためる可能性がある。実際に蛇腹に折りたたんでみると，１つの正六角形に折りたたむことができるのはイとウであることが分かる。

(2)　折りたたむことができる正六角形リングの例



(1)の「蛇腹に折る」という考えから，最初の折線が最後の折線と重なれば１つの正六角形に折りたたむことができると分かる。そこで，次の図のように重なる折線を太線で図示していき，最後の線が最初の線と一致すれば１つの正六角形に折りたためると判断できる。また，折りたたむことができる正六角形リングを構成する正六角形の個数は偶数でなければならないことも分かる。



(2)の図Ⅲでは，すでにある正六角形は 39 個なので，題意を満たすためには 11 個以上の奇数個の正六角形を塗りつぶす必要がある。解答で示した図では，1 と 2 の間の折線を最初の折線と考え，折線を図示していき，最後の折線と一致させるように白色の正六角形を塗りつぶした。これ以外にも複数の正答が存在する。

[出題の意図]

タイルの敷詰めや折り紙も数学（幾何学）として考えることができます。今回は正六角形リングを折りたたむことができるかどうかを実際に自分の手で折る試行によって考察してもらいました。ある事象に潜む法則を見つけるために操作や実験を繰り返し，図形や数の性質を見いだし，見いだした性質を発展させる活動は数学のよさや楽しさを実感する大切な過程です。実際に切って折るという活動の中で，最初は対称軸を探したかと思いますが，他の折り方はないか，折りたためるものの共通点は何か，折りたたむ過程から判定方法を考えられないかなど多面的に捉えてほしい，さらにそれを数学的に表現してほしいと考え，出題しました。

[講評]

436 名中 280 名が選択し，2 名が正解しました。(1)の正解者は 99 名，(2)で折りたたむことができるよう図示できていた人は 24 名でした。

(1)では対称軸について考察している人が多くみられました。確かに，折るという作業で最初に思いつくのはぴったりと重なるように折ることだと思います。ただ，問題の図Ⅱを折りたたむ過程で 2 回目以降は対称軸ではなく蛇腹に折るということに着目できると，必ずしも対称な図形でなくてもよいことに気付けたかと思います。また，実際に折りたたむことのできたイとウの共通点を様々な視点で考察している人が多く，問題解決の活動ができていました。その中でも実験の過程から考察できていた人が折線の図示という解決方法に気付き，(2)へとつなげることができました。実験を繰り返し，過程を振り返り，本質的な条件や解決方法を見いだし，次の事象へとつなげることは数学の活動や探究活動においてとても重要です。そのことに，実際に手を動かし楽しみながら気付いていてくれているといいなと願っています。ちなみに，(2)はうまく塗りつぶすと群馬県のような形になるのですが，もちろん藤岡市あたりがとても広い図形も正解としています。