平成２４年度

# 群馬県高校生

# 数学コンテスト

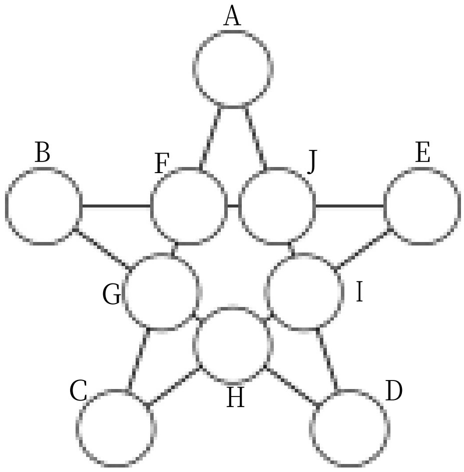
注　　意　　事　　項

1　問題は，１ページから３ページまであります。また，解答用紙は６枚あります。
2　制限時間は３時間です（13：00～16：00）。６問中４問を選択して解答してください。
3　解答は，すべて解答用紙に記入してください。また，コンテスト番号と氏名も記入してください。
4　作図をする場合は，定規，コンパスを用いてください。また，必要があれば，電卓，はさみを用いてもかまいません。
5　コンテスト終了後、解答用紙は４枚提出してください。

1　下の図は，10個の円A～Jを星形に並べたものである。それぞれの円の中に異なる自然数を，同一直線上にある４つの円に入れた数の和がすべて等しくなるように入れる。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，どの円にも自然数は１個だけ入れるものとする。

(1)　１から10までの自然数では完成できないことが知られている。完成できない理由を説明しなさい。

(2)　1，2，3，4，5，6，8，9，10，12の10個の自然数では完成することができる。どのように数を入れればよいか，具体例を１つ書きなさい。また，考え方の過程も書きなさい。

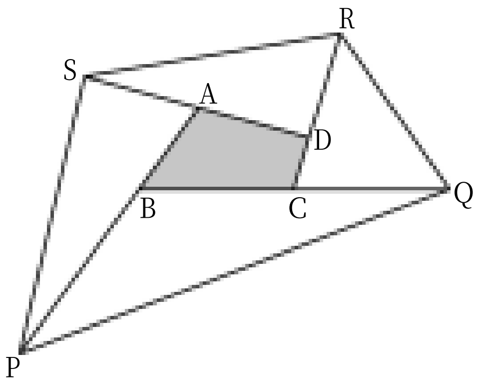



2　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　図Ⅰのように，四角形ABCDの各辺の延長上に，次の条件に従ってそれぞれ点P, Q, R, Sをとり四角形PQRSを作るとき，四角形ABCDと四角形PQRSの面積比を求めなさい。

条　件
AP＝３AB，BQ＝２BC
CR＝３CD，DS＝２DA

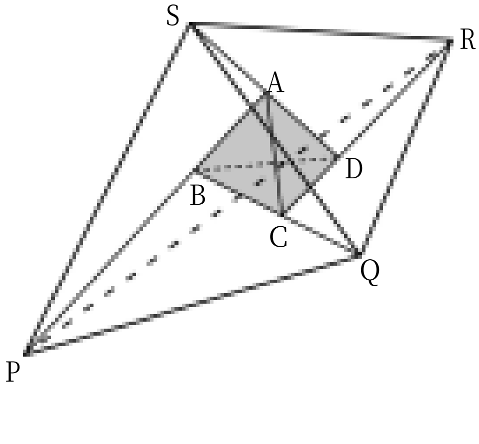
図Ⅰ




(2)　図Ⅱのように，四面体ABCDの各辺の延長上に，次の条件に従ってそれぞれ点P, Q, R, Sをとり四面体PQRSを作るとき，四面体ABCDと四面体PQRSの体積比を求めなさい。

条　件
AP＝３AB，BQ＝２BC
CR＝３CD，DS＝２DA

図Ⅱ



3　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　生徒８人が，１番から８番までのゼッケンを付け，次の手順で勝者を決める。

**手　順**

１．１番の生徒から番号順に時計回りに並んで輪をつくる。
２．１番の生徒を輪から除く。
３．除いた場所から時計回りに数えて２番目の生徒を除く。
４．３の操作を最後の１人になるまで繰り返し，残った人を勝者とする。

　例えば，生徒が５人の場合は，右の図のように並んで輪をつくり，①１番の生徒を除く→②３番の生徒を除く→③５番の生徒を除く→④４番の生徒を除く。最後に２番の生徒が残り，勝者となる。

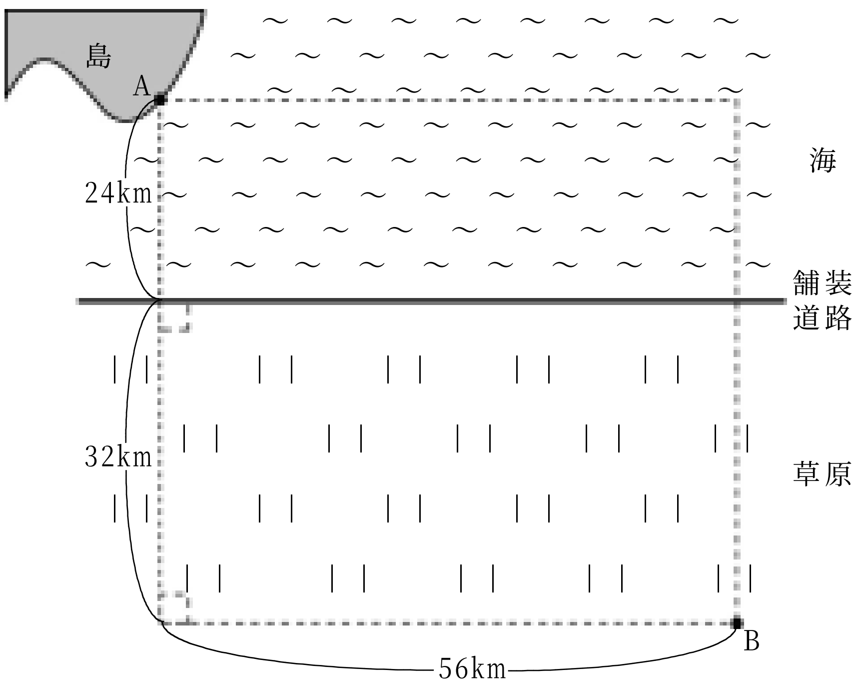
　生徒が８人の場合，勝者となる生徒のゼッケンの番号を求めなさい。

1
5　2
4　3

(2)　あなたは，部員が237名のダンス部の部員であるとします。発表会のセンターポジションを(1)の手順で決まる勝者とすることになった。センターポジションを取りたいあなたは，１番から237番までのゼッケンの中で，何番のゼッケンを選びますか。考え方も含めて説明しなさい。

4　ある水陸両用車は，海上では波や水の流れなどに影響されることなく時速28kmで，舗装道路では時速100kmで，草原では時速60kmで，それぞれ一定の速さで進むことができる。この車で，図の島にあるＡ地点から海に入り，舗装道路を通り草原を横切ってＢ地点まで進むとする。このとき，Ａ地点からＢ地点まで進むのにかかる最短時間を求めなさい。

　ただし，舗装道路は直線で，幅は考えないものとする。また，海上から舗装道路，舗装道路から草原に移る際は，時間を要しないものとする。



5　$5^{2012}$は1407桁の数であり，最高位の数字は2である。nを1から2012までの自然数とするとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

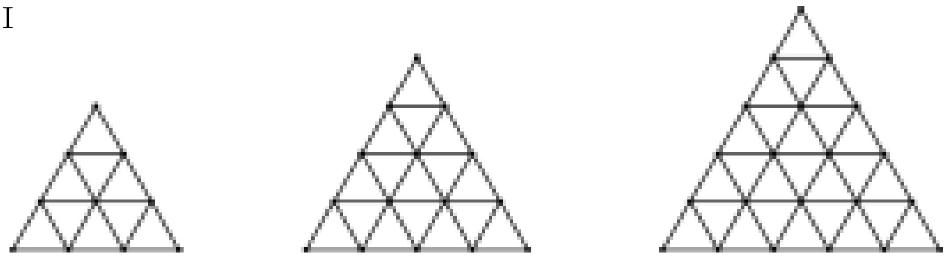
(1)　$5^n$で表される数の中で，最高位の数字が1となる数は全部でいくつあるか，求めなさい。

(2)　$5^n$で表される数の中で，最高位の数字が2または3となる数は全部でいくつあるか，求めなさい。

(3)　$5^n$で表される数の中で，最高位に最も多く現れる数字は何か，求めなさい。また，その理由も書きなさい。

6　1辺の長さが1の正三角形を敷き詰めて，1辺の長さがnの正三角形をつくる。図Ⅰは，n＝3, 4, 5の場合を示している。

図Ⅰ




正三角形のすべての頂点(図Ⅰの・)に人が立ち，次のルールに従って正三角形の辺に沿って動くものとする。

ルール
① 全員が同時に動き出し，毎秒1の速さで動き続ける。
② 最初に動き出す方向は，正三角形の辺に沿っていればどちらでもよい。
③ 次の点に到着したら向きを変えて進まなければならない。また，1秒前にいた点に戻ることはできない。

このとき，どの2人も出会うことなく動き続けることができるかを考える。

例えば，n＝1の場合では，図Ⅱの矢印の向きに動けば，どの2人も出会うことなく動き続けることができる。

n＝3, 4, 5の各場合について，どの2人も出会うことなく動き続けることができるか調べなさい。できる場合は，図Ⅱのように動き方を矢印で示し，できない場合は，その理由を説明しなさい。

図Ⅱ