

平成 1 8 年度
群馬県高校生
数学コンテスト

注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページと 2 ページです。解答用紙は 6 枚あります。
- 2 解答は、すべて解答用紙に記入してください。また、コンテスト番号と氏名も記入してください。
- 3 必要があれば、電卓を用いてもかまいません。
- 4 作図をする場合は、定規、コンパスを用いてください。
- 5 制限時間は 3 時間です (13:00 ~ 16:00)。6 問中 4 問を選択して、別々の解答用紙に解答してください。
- 6 トイレ等に行くときは監督の指示に従ってください。

1 現在の暦はグレゴリオ暦を用いており、次のルールに従っている。

グレゴリオ暦のルール

4で割り切れる年は、うるう年として1年を366日とする。
の年のうち、100で割り切れる年はうるう年としない。
ただし、400で割り切れる年はうるう年とする。

今日(2006年7月26日)が水曜日であることを利用し、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) 自分の生年月日を書き、その曜日を求めよ。
ただし、求めた手順をしっかりと書くこと。
- (2) どんな日に対しても、その曜日を求められるような方法を考え、その手順をわかりやすく説明せよ。
また、その手順を使って2500年12月25日の曜日を求めよ。

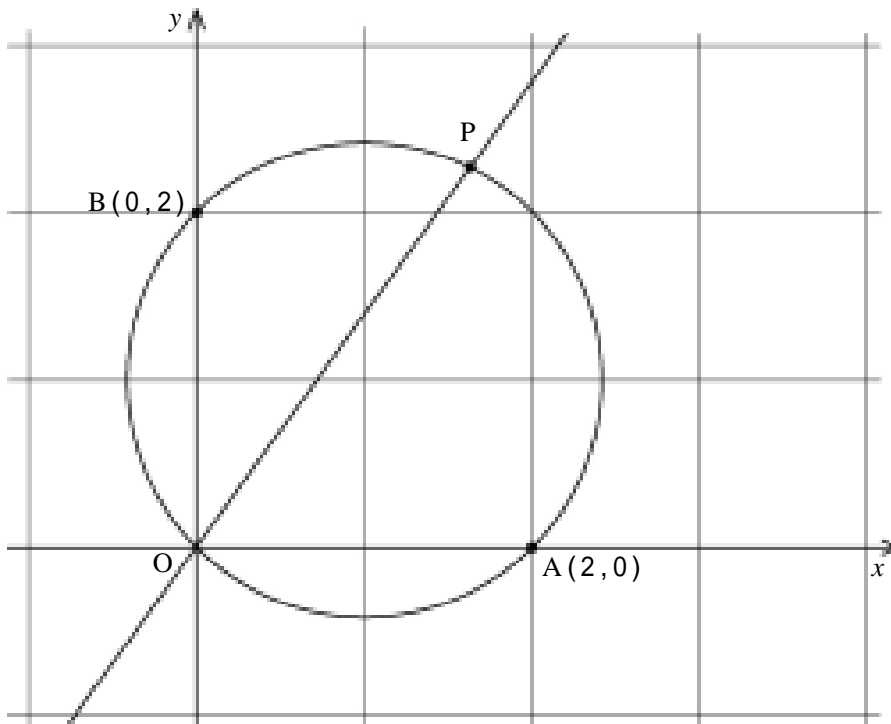
2 自然数 n, r に対して、 $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})^r$ を展開し変形すると、連続する自然数 A, B を用いて、

$$(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})^r = \sqrt{A} + \sqrt{B}$$

と表せることを示しなさい。

3 下の図のような3点 $O(0,0), A(2,0), B(0,2)$ を通る円と、これらの3点と異なる円周上の点 P がある。原点 O を含まない \widehat{AP} を3等分する点 Q, R を求め、その方法をわかりやすく説明しなさい。

なお、必要であれば別添の用紙を折ったり、定規、コンパスを用いたりしてもよい。



4 次の(1),(2)の問いに答えなさい。

- (1) N 人に対して、選択肢が \sim の3つであるアンケートを実施したところ、 N 人全員が \sim のいずれか1つを回答し、 \sim と答えた人が $a\%$ 、 \sim と答えた人が $b\%$ 、 \sim と答えた人が $c\%$ であった。ただし、 a, b, c はそれぞれ小数第1位で四捨五入した整数とする。このとき、 $a + b + c$ は99,100,101のいずれかであることを示せ。

具体例

41人に対して、

- \sim が10人,10人,21人のとき、百分率は24%,24%,51%となり合計は99%
 \sim が9人,12人,20人のとき、百分率は22%,29%,49%となり合計は100%
 \sim が6人,8人,27人のとき、百分率は15%,20%,66%となり合計は101%

- (2) N 人に対して、選択肢が \sim の6つであるアンケートを実施したところ、 N 人全員が \sim のいずれか1つを回答し、 \sim の選択肢を回答した人数はすべて異なり、それぞれの百分率は $a\%, b\%, c\%, d\%, e\%, f\%$ であった。ただし、 $a \sim f$ はそれぞれ小数第1位で四捨五入した整数とする。

$a + b + c + d + e + f = 103$ となるときの N のうちで、最小の N を求めよ。

5 次の(1),(2)の問いに答えなさい。

- (1) $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = a^2$ を満たす自然数の組 (a_1, a_2, a_3, a) を1組求めよ。

ただし、 $a_1 < a_2 < a_3 < a$ とする。

- (2) $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{2006}^2 = a^2$ を満たす自然数の組 $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2006}, a)$ が存在することを示せ。

ただし、 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2006} < a$ とする。

6 下の図のような一辺の長さが3である立方体 ABCD-EFGH から、 $IJ = IM = 1, IL = 3$ である直方体 IJKL-MNOP をくりぬいた立体を考える。ただし、 I, N は対角線 AF を三等分する点である。Q を辺 AE 上の点とすると、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

- (1) この立体を3点 A, D, G を通る平面で切ったときの切り口の面積を求めよ。

- (2) $AQ = 1$ のとき、この立体を3点 Q, D, G を通る平面で切ったときの切り口の面積を求めよ。

- (3) $AQ = a$ ($0 < a < 3$) のとき、この立体を3点 Q, D, G を通る平面で切ったときの切り口の面積を求めよ。

