

平成 1 1 年度群馬県高校生

数学コンテスト問題

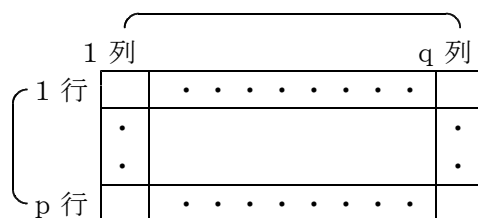
1 3つの数字を並べて、3桁^{けた}の整数をつくる時、次の(1)(2)の場合、素数をつくることができますか。できるときはその素数を示しなさい。できないときは、その理由を述べなさい。

ただし、素数とは、1とその数自身以外に約数をもたない数をいう。

- (1) 2, 3, 4を並べる (2) 3, 4, 9を並べる

2 p行q列のマス目に、1からn(n = p × q)までの異なる自然数を1回ずつ入れるとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 下の例は、2行4列のマス目に、1から8までの異なる自然数を1回ずつ入れたものであるが、各行の和は等しく18に、かつ、各列の和は等しく9になっている。



では、2行2列のマス目に1から4までの異なる自然数を1回ずつ入れて、各行の和を等しく、かつ、各列の和も等しくなるようにできますか。できる場合は、その例を示しなさい。できない場合は理由を説明しなさい。

(例)

8	2	3	5
1	7	6	4

(2) (1)の例をもとに、4行6列のマス目に1から24までの異なる自然数を1回ずつ入れ、各行の和を等しく、かつ、各列の和も等しくなるような例を1つあげなさい。

(3) 2行n列のマス目に、1から2nまでの異なる自然数を1回ずつ入れるとき、各行の和を等しくし、かつ、各列の和を等しくすることができるか調べなさい。

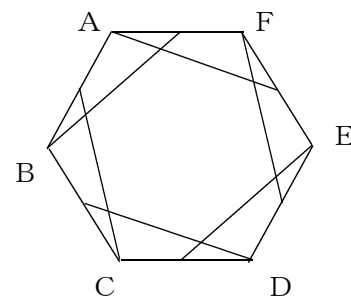
必要ならば、次の公式を用いてもよい

nを自然数とするとき、① $1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

② $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

3 右の図は正六角形ABCDEFの各辺の中点と1つの頂点とを直線で順に結んだものである。このとき、正六角形の内部に、6本の直線により六角形ができる。

正六角形ABCDEFと内部にできた六角形との面積比を求めなさい。



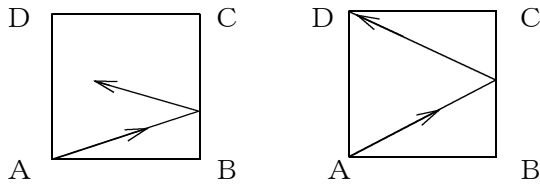
4 正方形 $ABCD$ の頂点 A から正方形の内部に光線を放つ。放たれた光線は、右の「反射の仕方」にしたがい、反射を繰り返すとします。

このとき、反射を繰り返した光線が、再び頂点 A に戻ることがありますか。戻ることがあるとしたら、最初に光線をどのような向きに放てばよいか答えなさい。また、どのような向きに光線を放っても頂点 A に戻ることがないならば、その理由を述べなさい。

— 反射の仕方 —

① 正方形の各辺では、入射角と反射角とが、等しくなるように進む。

② 各頂点に達した光線は、その頂点で止まるものとする。



5 $\cdot \cdot$ 平面上の点で、 \cdot 座標、 \cdot 座標ともに整数であるような点を格子点といいます。原点 O と、2つの格子点 A, B を頂点とする三角形 OAB について、次の (1) (2) の問いに答えなさい。

(1) 辺 OA, OB 上に、両端の点を除いて格子点がそれぞれ 3 個あるとき、辺 AB 上には、両端の点を除いて格子点が奇数個あることを証明しなさい。

(2) 「辺 OA, OB 上に、両端の点を除いて格子点がそれぞれ 4 個あるとき、辺 AB 上には、両端の点を除いて格子点は常に偶数個ある」は、正しいでしょうか。正しい場合は、正しいことを証明しなさい。また、正しくない場合は、例 (反例) を 1 つあげなさい。

6 図のように、半径 1 の球 4 個が互いに他と接していて、この 4 個の球に外接する正四面体がある。この正四面体の一辺の長さを求めなさい。

